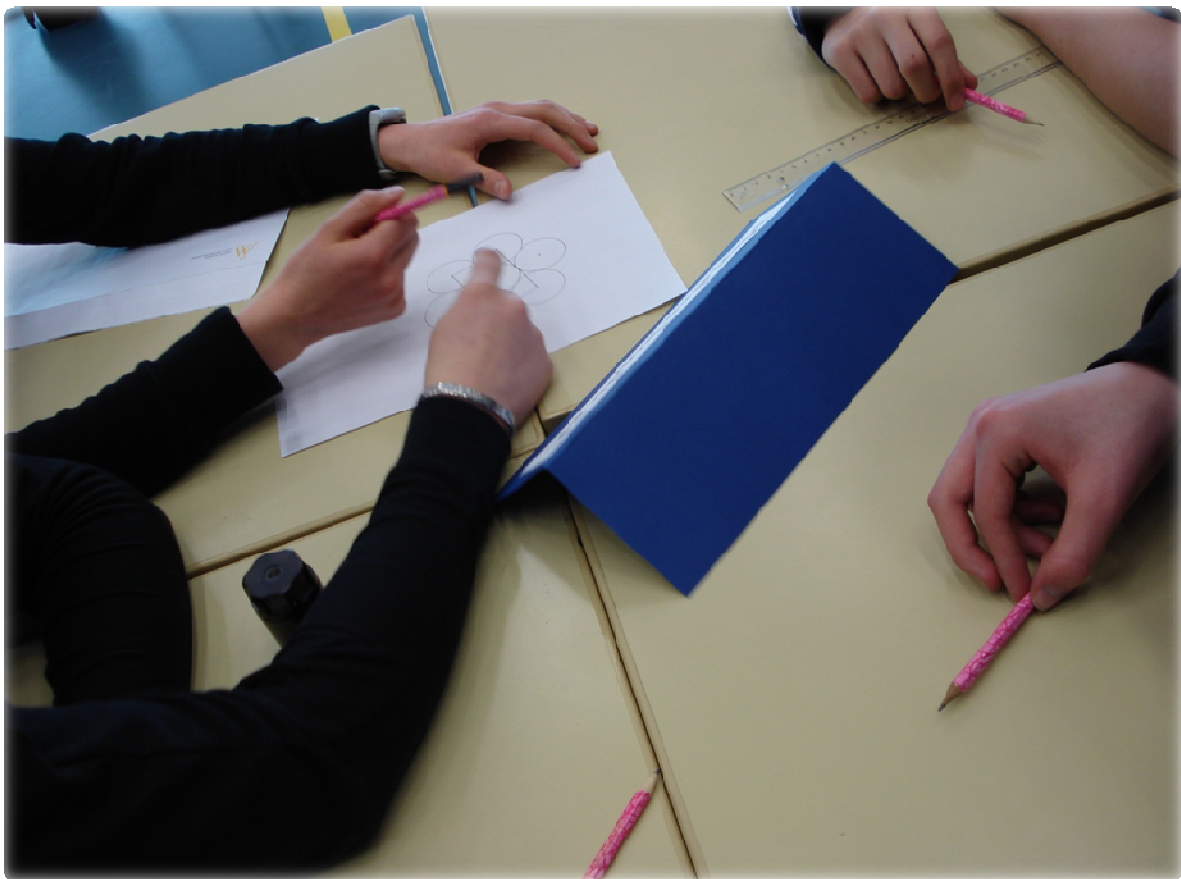


Matematiikkatehtävät Matikkacupista 2004-2008

Kooste tehtävistä sisältäen ratkaisut ja luokittelun



Sisällysluettelo

Luokitusavain	3
Kilpailutehtävät	4
2004	4
1. kierros	4
2. kierros	7
Semifinaali	10
Kansallinen loppukilpailu	15
Pohjoismainen loppukilpailu	18
2005	20
1. kierros	20
2. kierros	23
Semifinaali	26
Kansallinen loppukilpailu	29
Pohjoismainen loppukilpailu	32
2006	34
1. kierros	34
2. kierros	37
Semifinaali	40
Kansallinen loppukilpailu	45
Pohjoismainen loppukilpailu	47
2007	49
1. kierros	49
2. kierros	51
Semifinaali	53
Kansallinen loppukilpailu	56
Pohjoismainen loppukilpailu	58
2008	61
1. kierros	61
2. kierros	64
Semifinaali	66
Kansallinen loppukilpailu	68
Pohjoismainen loppukilpailu	70

Luokitusavain

Tässä vihossa esiteltävät matemaattiset ongelmat on luokiteltu neljällä eri tavalla, joiden tarkoitus on auttaa opettajaa valitsemaan sopivia tehtäviä kuhunkin tilanteeseen. Luokitukset ovat seuraavat: tehtävän *käyttö*, tehtävässä *painotettava* asia, tehtävän ratkaisemiseen tarvittavat keskeiset *työskentelytavat* ja viimeiseksi matematiikan *osa-alue*, johon tehtävä kuuluu. Luokitus on osittain melko subjektiivinen ja saattaa tiettyjen tehtävien kohdalla riippua esimerkiksi valitusta ratkaisumenetelmästä, jos vaihtoehtoisia ratkaisutapoja on useita. Jokainen luokitus voidaan jakaa eri osioihin seuraavalla tavalla:

A. Tehtävän käyttö

j	<i>j</i> ohdanto
h	<i>h</i> arjoitus
k	<i>k</i> ertaus
a	<i>a</i> rviointi
r	sopii <i>r</i> yhmätyöskentelyyn

B. Painotusalue

av	<i>a</i> lkuvaihe
jt	<i>j</i> ärjestelmällinen <i>t</i> oteuttaminen
u	<i>u</i> seita ratkaisuja
s	säännönmukaisuus

C. Keskeinen työskentelytapa

tk	<i>t</i> aulukko, <i>k</i> uva
s	säännönmukaisuus
ko	<i>k</i> okeilu
e	<i>e</i> liminointi, poissulkeminen
t	<i>t</i> akaperin työskentely
o	<i>o</i> saongelman ratkaiseminen
kk	<i>k</i> okonais <i>k</i> äsitys

D. Matematiikan osa-alue

ll	<i>l</i> uvut ja <i>l</i> askutoimitukset
af	<i>a</i> lgebra ja <i>f</i> unktiot
g	<i>g</i> eometria
tt	<i>t</i> odennäköisyys ja <i>t</i> ilastot
to	<i>t</i> odellisuussidonnaiset <i>o</i> ngelmat

Kilpailutehtävät

2004

1. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Mihin Kalle on menossa?

Kalle on matkalla tapaamaan ystäviään, mutta hän on unohtanut, mikä heidän talonnumeronsa on. Hän muistaa, että talonnumerossa on neljä numeroa ja että se on pariton luku. Hän muistaa myös, että kyseiset neljä lukua ovat 0, 5, 6 ja 7.

Kuinka moni talonnumero vastaa Kallen muistikuvaa?

- a) 2 b) 8 c) 10 d) 18 e) 24

Tehtävä 2

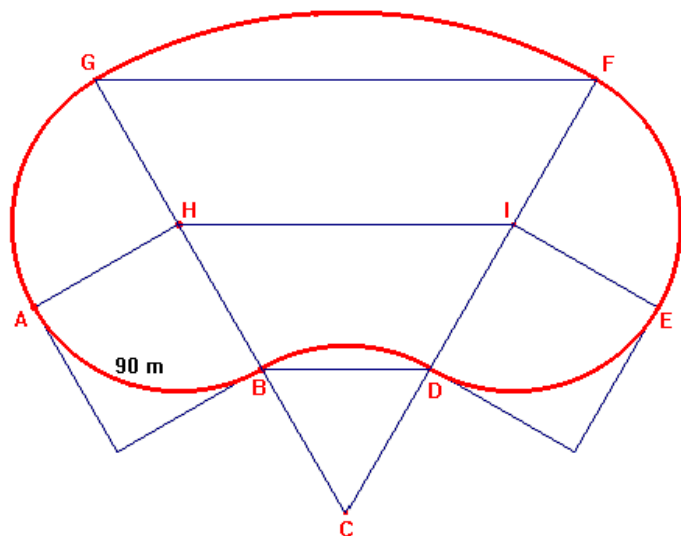
A	B	C	D
h	s	s	g
a			ll
k			

Kuinka pitkä rata?

Kuva esittää erikoisen muotoista juoksurataa. Kolmio CFG on tasasivuinen. Keskelle sivuja CG ja CF on piirretty neliöt, joiden sivujen pituudet ovat kolmasosa kolmion sivujen pituuksista. Rata koostuu neljästä ympyränkaaresta. Yhden keskipiste on H, yhden keskipiste on I ja kahden keskipisteenä on C. Etäisyys kaarta pitkin A:n ja B:n välillä on 90 metriä.

Kuinka pitkä on koko rata?

- a) 314 m
b) 526 m
c) 600 m
d) 628 m
e) 900 m



Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	kk	af
ko			

Kolikkoyhdistelmä

USA:n kolikoita kutsutaan nimillä penny, nickel, dime ja quarter. Kolikoiden arvot ovat:

1 penny = 1 sentti
1 nickel = 5 senttiä
1 dime = 10 senttiä
1 quarter = 25 senttiä

Ericillä, Jennyllä, Mitchillä ja Rebeccalla oli jokaisella tasan 1 dollari (=100 senttiä) kolikkoina.

- Kenelläkään ei ollut pennyjä.
- Jokaisella oli ainakin yksi quarter.
- Kaikilla oli eri määrä quartereita.
- Mitchillä oli yksi enemmän kuin viisi kertaa niin paljon nickeleitä kuin Rebeccalla.
- Rebeccalla oli kaksi kertaa enemmän dimeja kuin Ericillä.
- Ericillä oli vähemmän nickeleitä kuin Rebeccalla.

Kuinka monta kolikkoa heillä oli yhteensä?

- a) 10 b) 24 c) 32 d) 33 e) 34

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	kk	af
a			

Juhlaongelma

Kolmasosa vieraista oli naisia ja neljäsosa oli nuoria tyttöjä. Kuudesosa oli miehiä ja juhliin osallistui kuusi poikaa.

Kuinka monta vierasta juhlissa oli?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Helmin helmet

Helmi aikoo valmistaa helmikaulanauhan mukaillen kuvassa esitettyä kuviota. Hänellä on useita punaisia ja sinisiä helmiä käytettävissään, mutta vain 10 valkoista. Hän haluaa mahdollisimman pitkän kaulanauhan. (P=punainen, V=valkoinen ja S=sininen.)



Kuvion ei tarvitse jatkua liitoskohdassa, kun hän yhdistää kaulanauhan päät.

Kuinka monta punaista ja kuinka monta sinistä helmeä hän on käyttänyt kun valkoiset helmet ovat loppuneet?

- a) 10 b) 20 c) 30 d) 50 e) 55 f) 65

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	s	af
a			

Pizzatarjous

Pizza, jonka läpimitta on 25 cm, maksaa 5€. Kauppa ilmoittaa, että heillä on superedullinen pizzatarjous. He myyvät pizzan, jonka läpimitta on 30 cm, erikoistarjoushintaan 5.85 €. Kuinka monta prosenttia halvempi suuri pizza on pieneen pizzaan verrattuna, kun otetaan huomioon kuinka paljon pizzaa rahalla saa?

Pyöristä lähimpään kokonaislukuun.

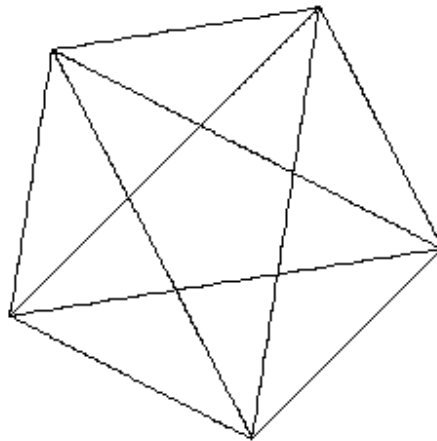
- a) 3% b) 16% c) 19% d) 20% e) 23%

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	ko	g

Pentagrammin kolmiot

Kuinka monta kolmiota löydät kuvasta?



Tehtävä 8

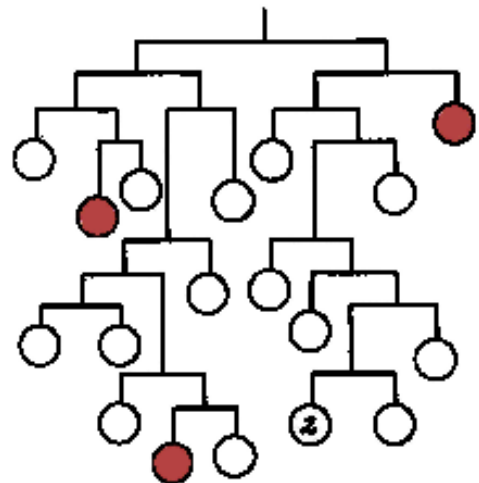
A	B	C	D
h	jt	kk	af
s			ll

Arkimeden vaaka

Arkimedes teki useita keksintöjä tasapainosta. Niitä voi hyödyntää esimerkiksi kuvan tasapainojärjestelmässä.

Mikä on värillisten kuulien massojen summa?

(Voitte olettaa, että vain kuulilla on massaa. Vaaka- ja pystysuorien putkien massaa ei myöskään tarvitse ottaa huomioon.)



- a) 6 b) 18 c) 34 d) 123 e) 164 f) 288

2. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	ko	af

Tennispallot

Leenalla ja Hannulla on molemmilla tennispalloja.

Jos Leena luovuttaisi 8 palloa Hannulle, heillä olisi yhtä monta palloa.

Jos taas Hannu luovuttaisi Leenalle 8 palloa, Leenalla olisi 3 kertaa niin monta palloa kuin Hannulla.

Kuinka monta palloa Leenalla on?

Tehtävä 2

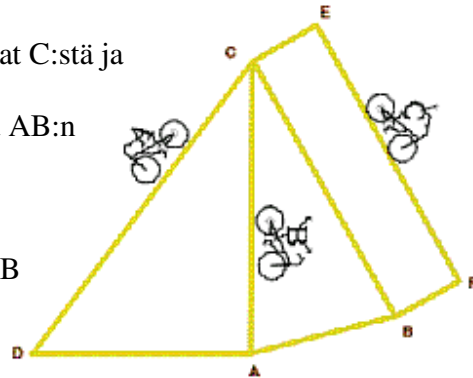
A	B	C	D
h	jt	s	g
	s		ll

Pyöräily

Anna, Berit ja Cecilia ajoivat kolmea eri pyöräreittiä.

Heillä oli eri keskinopeudet ja he aloittivat samanaikaisesti. Tässä on tiedot reiteistä:

- Kaikki pyöräilijät aloittivat C:stä ja lopettivat C:hen.
- CE:n pituus on $1/2$ kertaa AB:n pituus.
- $EF = CB$
- Kolmio ACB on tasakylkinen. Kulmat CAB ja ABC ovat yhtä suuret.
- Kolmio DAC on suorakulmainen.
- Kulmat CBF ja CEF ovat suorat.
- CD on $5/4$ AC.
- AB on $2/3$ AD.
- $BF = 2$ km.
- $EF = 8$ km.



Anna pyöräili reittiä CDAC keskinopeudella 30 km/h.

Berit pyöräili tasakylkisen kolmion ympäri keskinopeudella 20 km/h.

Cecilia pyöräili reitin CEFBC nopeudella 24 km/h.

Missä järjestyksessä tytöt tulivat maaliin C ja mikä oli nopeimman pyöräilijän käyttämä aika (minuuteissa)?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	o	tt
jt			

Kolmiot

Laukussa on kolmen tikun nippuja. Tikun pituus ilmaistuna senttimetreissä on aina kokonaisluku. Jokaisen nipun kolmen tikun yhteenlaskettu pituus on 12 cm, ja laukussa on kaikki mahdolliset tämän summan antavat yhdistelmät. Kaikki niput ovat erilaisia.

Laukusta poimitaan umpimähkään nippu.

Mikä on todennäköisyys, että poimitun nipun tikuista voidaan muodostaa kolmio?

- a) 10 % b) 25 % c) 30 % d) 50 % e) 100 %

Tehtävä 4

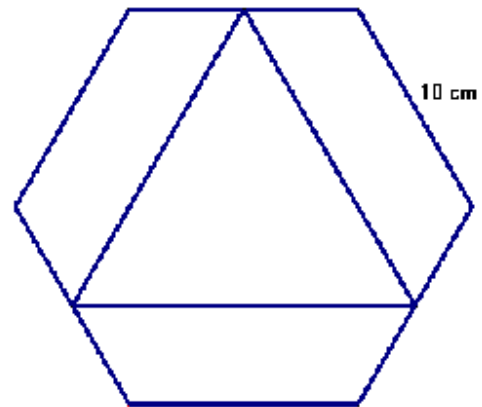
A	B	C	D
h	av	s	g

Mikä on sivun pituus?

Kuvassa on säännöllinen kuusikulmio, jonka sivun pituus on 10 cm.

Kuvassa oleva kolmio on tasasivuinen ja sen kärjet ovat kuusikulmion sivujen keskipisteitä (kuten kuvassa).

Mikä on kolmion sivun pituus?



- a) 12,5 cm b) 15 cm c) 16 cm d) 17,5 cm e) 20 cm

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	t	af
j			

Lounasaika

Eräällä luokkaretkellä kaikki oppilaat söivät lounasta kahvilassa. Puolella kahvilassa syöneistä oppilaista oli omat eväät mukanaan, eivätkä he ostaneet kahvilasta mitään.

Niistä, jotka ostivat jotakin, $\frac{3}{4}$ osti hedelmiä. Niistä oppilaista, jotka ostivat hedelmiä, puolet osti omenoita, neljännes osti päärynöitä ja loput ostivat banaaneja. Tiedetään, että 15 oppilasta osti banaaneja.

Kuinka monta oppilasta kahvilassa oli syömässä yhteensä?

Tehtävä 6

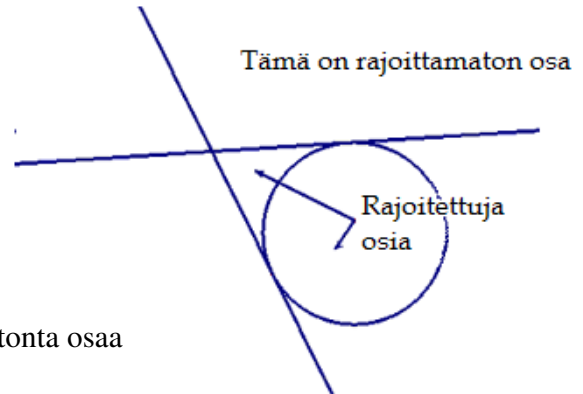
A	B	C	D
h	jt	tk	g
			af

Sivuajat

Ympyrälle on piirretty
8 eri sivuajaa
(tangenttia).

Sivuajat ja ympyrä
jakavat tason
rajoitettuihin ja
rajoittamattomiin osiin.

Kuinka monta rajoittamatonta osaa
saadaan?



- a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) 24

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	av	ko	af
		t	

Henkivartijat

Viola ja Fia ovat maailmankuuluja filmitähtiä. Heillä on yhteensä
enemmän kuin 10, mutta vähemmän kuin 30 henkivartijaa. Eräänä
päivänä henkivartija Brage lopetti työskentelynsä Violan luona ja
siirtyi Fian palvelukseen. Tämän jälkeen molemmilla naisilla oli yhtä
monta henkivartijaa.

Myöhemmin Brage siirtyi takaisin Violan palvelukseen. Myös Urho
jätti Fian ja siirtyi Violan palvelukseen. Tämän jälkeen kummankin
naisen henkivartijoiden lukumäärät ovat alkulukuja.

Kuinka monta henkivartijaa kummallakin on nyt?

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Paljonko kello on?

Digitaalisessa kellossa on 24 tunnin näyttö. Tiettyinä ajanhetkenä
katsoin kelloa ja havaitsin seuraavat seikat:

1. Tuntiluku + minuuttiluku = 60
2. Minuuttiluvun ilmaisevista kahdesta numerosta toinen oli toisen
neliöjuuri.
3. Minuuttiluvun numeroiden summa oli tuntiluku luettuna
takaperin (aloittaen viimeisestä numerosta).

Paljonko kello oli?

Semifinaali

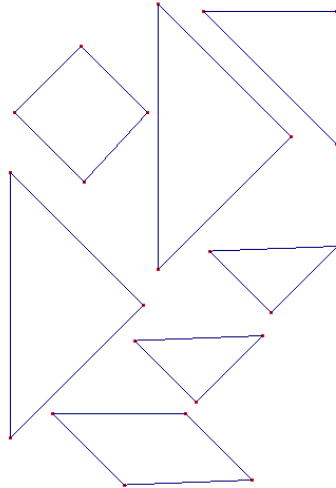
Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	s	g

Materiaali:
Tangrampalapeli

Palapeli

Saatte palapelin (tangramin), jossa on seitsemän palaa. Palat ovat tämän kuvan mukaiset:



a) Oletetaan että suunnikkaan ala on 1.

Mikä on muiden palojen pinta-ala?

b) Monellako eri tavalla voitte muodostaa kolmion, jonka pinta-ala on 2?

Piirtäkää ratkaisunne.

Tehtävä 2

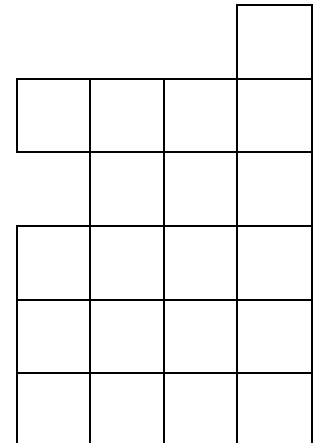
A	B	C	D
h	jt	ko	g

Materiaali: 16 neliömuotoista muovilevyä, 4 eri väriä, 4 jokaista väriä. Värikyniä.

20 neliötä

Oikealla oleva kuvio koostuu 20 neliöstä. Jakakaa kuvio viiteen yhtenäiseen osaan, jossa jokaisessa on neljä neliötä siten, että kaikki osat ovat eri muotoisia.

Huom! Osa on **yhtenäinen**, jos jokaisella osan neliöllä on ainakin yhden muun neliön kanssa yhteinen sivu.



Tehtävä 3

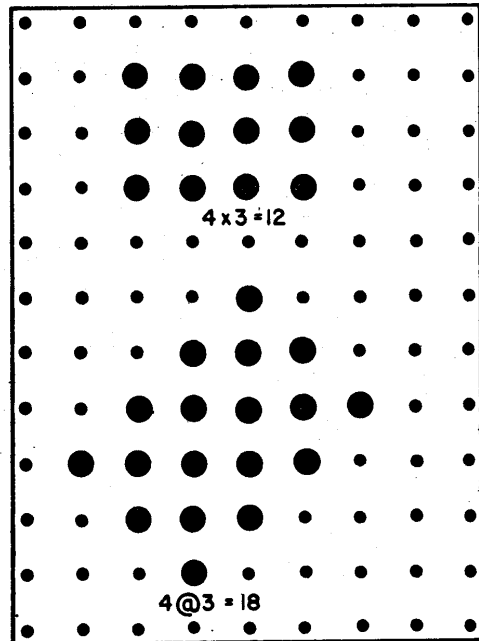
A	B	C	D
h	av	s	af

Erilainen kertotaulu

Tavallisesti käytämme kertotaulua, jossa $4 \cdot 3 = 12$.

Tämä on esitetty kuvion yläosassa. Suorakulmion toisella sivulla on 4 pistettä ja toisella 3 pistettä. Yhteensä saadaan 12 pistettä.

Kuvion alaosassa suorakulmiota on kierretty 45 astetta. Myös siinä on sivuilla 4 ja 3 pistettä. Mutta yhteensä meillä on 18 pistettä. Tulos on siis toinen kun ”kerrotaan vinosti”!



Voimme kirjoittaa tämän seuraavasti: $4 @ 3 = 18$.

a) Täyttäkää oikealla oleva taulukko.

b) Muodostakaa sääntö (kaavalla tai sanoilla) 4:n ”vinokertotaululle”. Etsikää sääntöä käyttämällä vastaus tehtävään $4 @ 20$.

c) Muodostakaa sääntö (kaavalla tai sanoilla) 7:n ”vinokertotaululle”. Etsikää sääntöä käyttämällä vastaus tehtävään $7 @ 8$.

$4 @ 1 =$	
$4 @ 2 =$	
$4 @ 3 =$	
$4 @ 4 =$	
$4 @ 5 =$	
$4 @ 6 =$	
$4 @ 7 =$	
$4 @ 8 =$	
$4 @ 9 =$	
$4 @ 10 =$	

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	af
e			

Valokuvaaminen

Seitsemän lasta pannaan järjestykseen valokuvausta varten. Heidän on seistävä toistensa vieressä valokuvaajan määräämässä järjestyksessä. Teidän tehtävänänne on ottaa selville, missä järjestyksessä seitsemän lasta - Anni, Erkki, Hannu, Janne, Maria, Kirsti ja Petteri - seisovat silloin, kun kuva otetaan.

Alla olevat vihjeet antavat tietoa järjestyksestä. Niiden avulla on mahdollista löytää vastaus.

Vihjeet:

- Anni on toiseksi pisin. Hannu on toiseksi lyhin.
- Janne oli huonolla tuulella, koska hän ei saanut seistä Petterin vieressä.
- Erkillä on sekä oikealla että vasemmalla puolellaan kolme lasta kun kuva otetaan.
- Petteri ja Maria seisovat laidoilla.
- Janne ja Kirsti eivät seiso toistensa vieressä.
- Hannu on ainoa poika joka seisoo kahden tytön välissä.
- Kirsti ei saanut seistä parhaan ystävänsä vieressä.

Jos tarvitsette enemmän tietoja, voitte lukea seuraavat ylimääräiset vihjeet, mutta silloin pistemäärästänne vähennetään 2 pistettä.

- Lapset pannaan järjestykseen pisimmästä lyhyimpään.
- Kirsti ja Maria ovat toistensa parhaita ystäviä.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	u	ko	ll
r	jt	e	

ONE + ONE = TWO

Yllä olevassa laskutehtävässä jokainen kirjain vaihdetaan numeroon. Käytettävissä on numerot 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9. Sama kirjain vaihdetaan aina samaan numeroon. Kun kaikki kirjaimet on vaihdettu numeroihin, pitää laskutoimituksen pitää paikkansa. Huom! Kaikki luvut ovat kolminumeroisia. Siis O ei voi olla 0 (nolla) eikä myöskään T.

Montako erilaista ratkaisua pystytte löytämään?

Tehtävä 6

A	B	C	D
k	jt	e	ll

Matemaattiset mallit

Päätelkää, mikä annetuista malleista (pussi, värjätty sauva jne.) kuuluu mihinkin alla olevaan sanalliseen kuvaukseen:

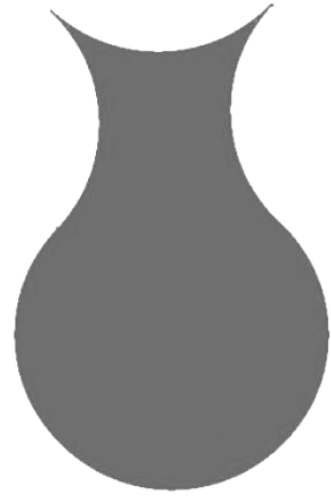
1. Altaassa olevan veden lämpötila, kun ensin aukaistaan lämminvesihana, sitten suljetaan se ja veden annetaan seistä.
 2. Ajattelen lukua. Kaksinkertaisesta luvusta vähennetään alkuperäinen luku, lisätään 10 ja vähennetään vielä kerran alkuperäinen luku.
 3. Tapa, jolla voidaan kuvata, miten voitokkaat joukkueet etenevät yksinkertaisessa cup-järjestelmässä.
 4. Viisi.
 5. Malli joka sopii suhteeseen 4:7.
 6. Epäsuora tapa mitata korkeuksia.
 7. 40% .
- a) Pussi, jossa on 4 tietyn väristä palikkaa ja 7 toisen väristä palikkaa.
- b) Sauvasta (tai puikosta) on värjätty mustaksi $\frac{2}{5}$.
- c) Kuvaaja, joka kuvaa funktiota, joka kasvaa ensin hitaasti kohti maksimia ja sitten laskee tasaisesti alkuperäiseen arvoon.
- d) Viisi yhteen liitettyä napulaa, viisi noppaa, laatta, jossa on roomalainen numero V.
- e) $2n - n + 10 - n = ?$
- f) Kuva lipputangosta auringossa, metrimitta, metrimitan varjo ja lipputangon varjo.
- g) Puudiagrammi, jossa on 8 yhdistyvää haaraa.

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	av	ko	g

Maljakosta neliöksi

Leikkaa maljakko neljään osaan ja muodosta osista neliö.



Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	kk	af
	o	to	

Filmirullakotelot

Saatte nähdä kolme filmirullakoteloita. Yhdessä on kaksi yhden euron kolikkoa, toisessa on kaksi viidenkymmenen sentin kolikkoa ja kolmannessa on sekä yksi yhden euron kolikko että yksi viidenkymmenen sentin kolikko. Kaikissa koteloidissa on väärä etiketti.

- Miten voitte selvittää, missä kotelossa mitkään kolikot ovat, kun voitte pyytää ainoastaan yhden kotelon avattavaksi ja sisällön näytettäväksi? Ette saa avata koteloidia, ettekä kokeile painoeroja.
- Miten voitte selvittää, missä kotelossa mitkään kolikot ovat, kun voitte pyytää ainoastaan yhden kotelon avattavaksi ja sieltä vain yhden kolikon näytettäväksi? Ette nytäkään saa avata koteloidia, ettekä kokeile painoeroja.

Selittäkää, miten toimitte selvittääksenne kaikkien koteloiden sisällön.

Kansallinen loppukilpailu

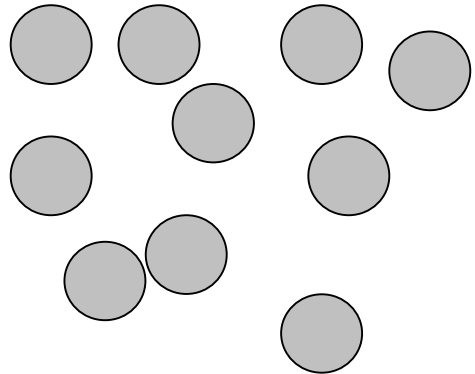
Tehtävä 1

A	B	C	D
h	s	ko	g
			af

Materiaali: 50 muovilevyä

Kymmenestä kahteenkymmeneen

Sijoita kymmenen pelinappulaa niin, että ne muodostavat mahdollisimman monta suoraa siten, että jokaisella suoralla on neljä nappulaa.



Tehtävä 2

A	B	C	D
h	s	ko	af

Materiaali: 10 neliötä 10x10 cm joissa on luvut 1 - 10

Palapeli



Tehtävänänne tässä palapelissä on siirtää neliöpalat siten, että teillä lopussa on viisi ”tornia”, joissa jokaisessa on kaksi palaa.

- Saatte siirtää ainoastaan yhtä palaa kerrallaan.
- Pala siirretään siten, että se hyppää kahden vieressä olevan palan yli ja lasketaan alas kolmannen palan päälle.
- Palaa voidaan siirtää joko kahden erillisen palan tai tornin yli (tornissa on kaksi palaa).
- Kun palaa siirretään, se voi vapaasti hypätä tyhjien paikkojen yli – niitä ei lasketa.
- Palaa voidaan siirtää kumpaan suuntaan tahansa, mutta palaa ei voida laskea tyhjälle paikalle.

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	ko	g

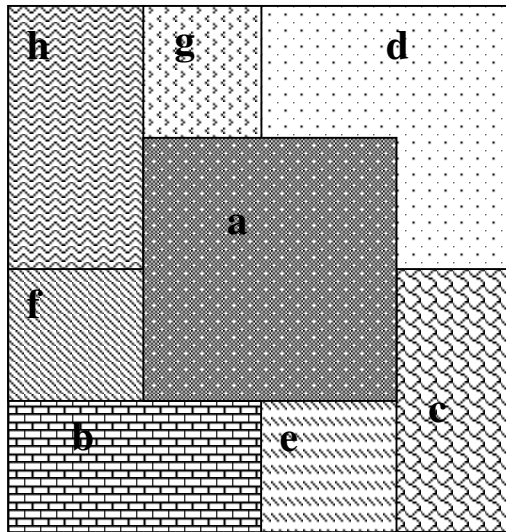
Materiaali: 8 yhtä suurta paperipalaa 8 eri värissä.

Kahdeksan neliön muotoista paperinpalaa

Kahdeksan samankokoista neliön muotoista paperinpalaa on sijoitettu toistensa päälle tietyssä järjestyksessä siten, että ne peittävät toisensa kuvan mukaisesti.

Missä järjestyksessä palat on sijoitettu toistensa päälle, että tällainen kuvio on syntynyt?

Aloita ylimmästä palasta ja jatka pala palalta alimpaan.



Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	o	af
		kk	ll

Lukujono

Neljästä alla oleva vihjeestä löydätte tiedot, joiden perusteella saadaan muodostetuksi lukujono. Tehtävänänne on löytää lukujonon seitsemäs luku.

Alla olevien neljän vihjeen avulla on mahdollista ratkaista tehtävä.

Jos tarvitsette enemmän tietoja, voitte lukea ylimääräisen vihjeen, mutta silloin pistemäärästänne vähennetään 2 pistettä.

- Kuudes luku on neljä kertaa kolmas luku, mutta se on myös kahdeksan kertaa ensimmäinen luku.
- Kolmas luku on toinen luku plus yksi, ja neljäs luku on kolmas luku plus yksi.
- Viides luku on kolmas luku plus neljäs luku.
- Kuuden ensimmäisen luvun summa on kaksikymmentä.

Ylimääräiset vihjeet:

- Kuudes luku on sama kuin kolmas luku kolmanteen potenssiin.
- Ensimmäinen luku ja toinen luku ovat samat.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
			af

Laskujen muodostaminen

Tehtävänänne on sijoittaa kaikki laput alla oleviin ruutuihin siten, että mahdollisimman monelle riville syntyy oikeita laskuja. Käyttäkää alla olevia lappuja. Jos kaikki laput ovat mukana, saatte jokaisesta oikean laskun sisältävästä rivistä yhden pisteen.

1	1	1	1	1	1	2	2	2
3	3	3	3	3	4	4	5	5
5	6	6	6	7	7	8	8	8
9	9	0	0	+	+	-	.	:
=	=	=	=	=				

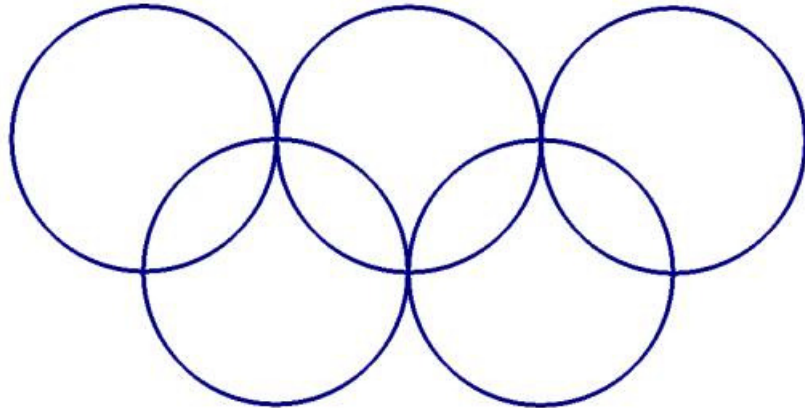
Pohjoismainen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Olympiarenkaat

Viisi (5) ympyrää on piirretty paperille olympiarenkaiden tavoin (siis osittain päällekkäin). Tällöin syntyy 9 aluetta.



Sijoittakaa jokaiseen ympyröiden rajaamaan alueeseen yksi numeroista 1-9 siten, että jokaisen ympyrän sisältämien numeroiden summa on sama. (Kaikki numerot käytetään ainoastaan kerran.)

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	s	ko	g
u			

Neliön jakaminen

a) Jakakaa neliö kolmeen yhdenmuotoiseen osaan. (Yhdenmuotoinen tarkoittaa ”yhtä suuri ja samanmuotoinen”. Kaksi kuviota ovat yhdenmuotoisia, jos ne voidaan siirtää päällekkäin siten, että ne peittävät toisensa täsmälleen.)

b) Jakakaa neliö kolmeen osaan siten, että osien pinta-alat ovat yhtä suuret, mutta vain kaksi osista on keskenään yhdenmuotoisia. (Ratkaisuja on olemassa enemmän kuin yksi.)

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	s	g
ko			

Pisin matka

Ehdot:

- a) Jokaisessa pisteessä käydään vain kerran.
- b) Vedettyä viivaa ei saa ylittää.

Vetäkää edellä mainittuja ehtoja noudattaen niin pitkä viiva kuin mahdollista näiden yhdeksän pisteen kautta.

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	kk	tt
a			

Pyöräyhdistelmä

Pellen Pyöräkauppa myy (kaksipyöräisiä) polkupyöriä, kolmipyöräisiä sekä kärryjä, joissa on neljä pyörää. Pelle on entinen matematiikanopettaja ja hän päättää antaa asiakkailleen ongelman ratkaistavaksi. Hän kertoo heille seuraavaa:

”Verstaassani minulla on yhdistelmä polkupyöriä, kolmipyöräisiä sekä kärryjä. Yhteensä niissä on 17 pyörää.

Jos pystyt sanomaan kaikki mahdolliset kulkuneuvoyhdistelmät, joita minulla tämän perusteella verstaassa voi olla, niin annan sinulle 20% alennusta kaikista kaupassani tekemistäsi ostoksista.”

Pystytkö ratkaisemaan Pellen ongelman? Verstaassa ei välttämättä ole kaikkia kolmea mainittua kulkuneuvotyyppiä.

- a) Miten voit tietää, että olet löytänyt kaikki yhdistelmät?
- b) Anna muutama piirre mahdollisista yhdistelmistä.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	u	ko	g

Materiaali: kuutiot

Rakennelma kuutiosta

Teille on annettu on kuutioita, joista voitte tehdä rakennelmia (kiinnittämällä kuutiot toisiinsa jollakin tavalla).

Rakenna vähintään neljä kuutiota sisältäviä rakennelmia. Rakennelmien tulee olla keskenään erilaisia siten, ettei kääntämällä tai pyörittämällä synny kahta samanlaista. Jokaisen kuution täytyy koskettaa vähintään yhden muun kuution sivua.

Kuinka monta mahdollista rakennelmaa voit löytää?

2005

1. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	kk	ll
a			

Merkintäehdot

Juoksukilpailuissa viisi parasta osallistujaa saapuivat maaliin seuraavin ajoin:

- 1 t 24 min 12 s
- 1 t 25 min 10 s
- 1 t 26 min 8 s
- 1 t 30 min 53 s
- 1 t 33 min 37 s

Kaikki, jotka saapuivat maaliin ajalla, joka ylitti viiden parhaan osallistujan keskiarvoajan korkeintaan 25 prosentilla, saivat mitalin.

Minkä ajan alle osallistujien tuli saapua maaliin saadakseen mitalin?

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Undulaatteja ja marsuja

Eläinkaupassa oli undulaatteja ja marsuja. Eläinten päiden ja jalkojen summa oli 31. Kuinka monta undulaattia ja marsua kaupassa oli?

Tehtävään on kaksi ratkaisua ja molemmat vaaditaan.

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
		o	

Summa ja tulo

Positiivisten kokonaislukujen summa on 12. Kuinka suuri kyseisten lukujen tulo voi olla?

Saamme summan 12 positiivisista kokonaisluvusta monella eri tavalla: $8 + 4$ ja $3+2+7$ ovat kaksi esimerkkiä monista mahdollisista.

Jos kerromme luvut summaesimerkeistämme, saamme:

$$8 \cdot 4 = 32$$

$$3 \cdot 2 \cdot 7 = 42$$

Jaa luku 12 kokonaislukujen summaksi siten, että kyseisten kokonaislukujen tulosta tulee mahdollisimman suuri.

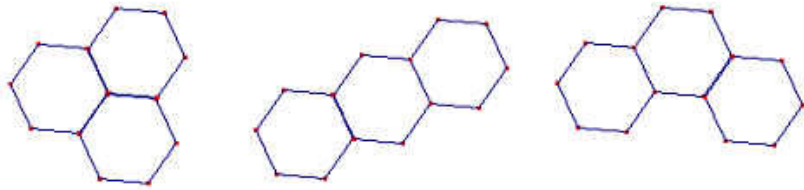
Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	g

”Heksakoni”-eläimet

Säännöllisiä kuusikulmioita voidaan yhdistää siten, että jokainen kuusikulmio jakaa sivun jonkin toisen kuusikulmion kanssa. Kun olemme yhdistäneet kaksi tai useampia kuusikulmioita uusiksi kuvioiksi, kutsumme niitä ”Heksakoni-eläimiksi”.

Kaksi ”heksakoni-eläintä” ovat samanlaisia, jos ne peittävät toisensa täydellisesti peilattaessa tai käännettäessä.



Kolmesta kuusikulmiosta voidaan muodostaa kolme erilaista hahmoa, kuten yllä on esitetty.

Kuinka monta erilaista ”heksakoni-eläintä” voidaan muodostaa siten, että joka hahmossa on neljä kuusikulmiota?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	kk	af
a			

Sämpylät

Kyösti menee tapaamaan Anttia ja Jukkaa. Kyösti on valmistanut heille sämpylöitä, joiden päällä on joko kinkkua, tomaattia tai juustoa. Jokaisella päällisellä on päällystetty yhtä monta leipää.

Kyösti, Antti ja Jukka saavat yhtä monta sämpylää kukin. Kyösti saa kaksi kertaa enemmän juustopäällysteisiä kuin Antti, mutta vain 1/3 siitä tomaattipäällysteisten määrästä joka Jukalla on. Kaikki saavat vähemmän kuin 5 sämpylää kukin.

Kuinka monta kinkkupäällysteistä sämpylää Kyösti saa?

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
k			
r			

Alkuluvut

Alkuluku on luku, jolla ei ole muita tekijöitä kuin 1 ja luku itse, esim. 13, 17 ja 53.

On olemassa sellaisia alkulukuja, joissa numerojen järjestystä voidaan vaihtaa siten, että muodostuva uusi lukukin on alkuluku.

Esimerkiksi kaikki numeroyhdistelmät luvulle 199 ovat alkulukuja, koska luvut 199, 919 ja 991 ovat kaikki alkulukuja.

100:n ja 200:n välillä on kaksi alkulukua, joilla on sama ominaisuus kuin 199:llä. Eli jos luvun numerot laitetaan mihin tahansa järjestykseen, muodostuu alkuluku.

Selvitä nämä kaksi alkulukua. Molemmat alkuluvut vaaditaan, jotta vastaus oikeuttaisi pisteisiin.

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
k			
a			

Melkein tyttöluokka

Koivukoulun 8. luokalla on 99 tyttöä ja 1 poika. Kaikki ovat kokoontuneet aulaan. Tällöin 99 % aulassa olevista oppilaista on tyttöjä.

Kuinka monen tytön tulisi poistua aulasta, jotta siellä jäljellä olevista oppilaista 98 % olisi tyttöjä?

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	tk	ll
		o	tt

Nallekarkit

Suvi, Tiina, Marja ja Riina aikovat jakaa 7 nallekarkkia keskenään. Sen sijaan, että he jakaisivat ne tasan, tytöt alkavat keskustella siitä, kuinka monella tapaa nämä 7 nallekarkkia voitaisiin jakaa neljän tytön kesken. Onhan tietysti eri asia, jos Suvi saisi yhden nallekarkin ja kolme muuta saisivat kaksi kukin, kuin jos Tiina saisi yhden ja kolme muuta saisivat kaksi kukin.

Kuinka monella eri tavalla neljä tyttöä voivat jakaa 7 nallekarkkia keskenään?

2. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Erikoinen lukusarja

Kaksitoista kokonaislukua on kirjoitettu peräkkäin sarjaksi. Neljäs kokonaisluku on 4 ja kahdestoista kokonaisluku on 12. Kolmen vierekkäisen luvun summa on aina 333, riippumatta siitä, mistä kohdasta luvut sarjasta löytyvät.

Täydennä puuttuvat luvut ruutuihin:

			4								12
--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	----

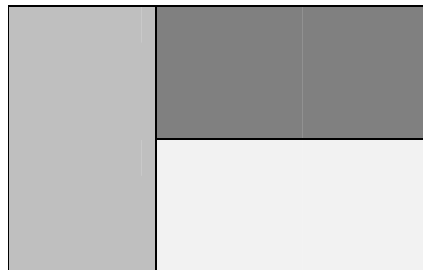
Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	s	g
k			af
j			
a			

Suorakaiteesta neliöön

Kolme samankokoista ja –muotoista suorakaidetta on laitettu yhteen siten, että niistä muodostuu yksi suurempi suorakaide. Suuren suorakaiteen pinta-ala on 168 cm^2 .

Määrittele sellaisen neliön pinta-ala, jolla on sama sivujen yhteenlaskettu pituus (piirin pituus) kuin kuvan suurella suorakaiteella.

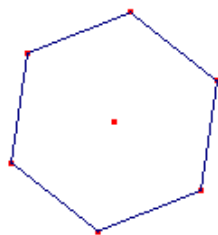


Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	o	g

Kolmiot kuusikulmiossa

Valitse säännöllisestä kuusikulmiosta (jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä ja kaikki kulmat ovat 120°) kolme kulmaa satunnaisesti.



Millä todennäköisyydellä kolmio, joka muodostuu valituista kulmista, on tasakylkinen tai tasasivuinen? Ilmoita vastaus prosenteissa.

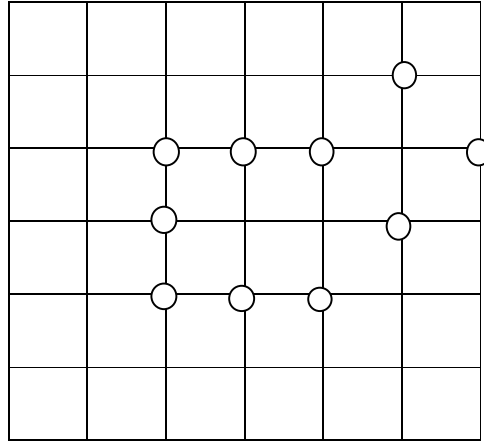
Tehtävä 4

A	B	C	D
h	av	ko	g

Go

Go on japanilainen peli, jossa pelaajat vuorollaan sijoittavat mustia ja valkoisia kiviä ruudukon risteyskohtiin. Tehtävänä on ”vangita” risteyskohtiä kivien avulla muodostettujen alueiden sisään.

Esimerkissä on käytetty 10 kiveä ”vangitsemaan” 3 risteystä:



Mikä on suurin lukumäärä risteyskohtiä, joka voidaan vangita 12 kivellä?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	tk	tt
	jt	kk	ll

Nopanheitto

Kun kolme arpakuutiota heitetään, mikä seuraavista vaihtoehdoista on todennäköisin?

- Että noppien silmälukujen summa on kolmella jaollinen.
- Että summasta jää jakojäännökseksi yksi, kun se jaetaan kolmella.
- Että summasta jää jakojäännökseksi kaksi, kun se jaetaan kolmella.
- Että kaikki yllämainitut vaihtoehdot ovat yhtä todennäköisiä.

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	tk	ll
		kk	

Porkkanamehu

Mehukonetta käytetään porkkanamehun puristamiseen. Kun puristat porkkanoita ensimmäisen kerran, saat neljänneksen porkkanoiden mehusta. Kun puristat samoja porkkanoita uudestaan, saat joka kerralla puristettua neljänneksen porkkanoissa jäljellä olevasta mehusta.

Kuinka monta kertaa sinun täytyy puristaa porkkanoita saadaksesi puristettua ainakin kaksi kolmasosaa niiden mehusta?

- 2 kertaa
- 4 kertaa
- 6 kertaa
- 8 kertaa
- mahdotonta riippumatta siitä, kuinka monta kertaa yrität.

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	ko	g
e			

Missä Mari asuu?

Matka Marin talolta kaupungintalolle on kaksi kertaa niin pitkä kuin matka hänen taloltaan kirkolle. Sinun pitäisi löytää Marin talo. Mistä sinun tulisi etsiä ollaksesi **varma**, että löydät Marin talon?

- Määrätystä pisteestä kaupungintalon ja kirkon välillä olevalla janalla.
- Joko pisteestä kirkon ja kaupungintalon väliltä tai pisteestä kaupungintalon ja kirkon välisen janan jatkeelta.
- Ympyrältä, jonka keskipisteenä on kirkko.
- Ympyrältä, jonka keskipiste on hieman kirkon takana.
- Suoralta, joka on kohtisuorassa kaupungintalon ja kirkon välistä janaa vastaan.

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Palindromiluku

Palindromiluku on luku, joka on sama luettaessa vasemmalta oikealle ja oikealta vasemmalle. 1331 on esimerkki sellaisesta luvusta. 123454321 on toinen esimerkki.

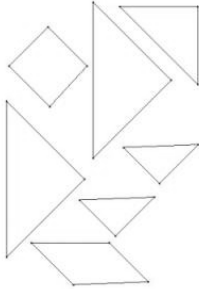
- Etsi palindromiluku, joka on pienempi kuin 100 000, joka on jaollinen kolmella, ja jossa esiintyvien numeroiden tulo on 200.
- Kuinka monta palindromilukua on mahdollista löytää, jos luvun muodostavien numeroiden tulo on 200 ja numero 1 ei esiinny luvussa?

Semifinaali

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	ko	g

Materiaali:
tangrampaloja



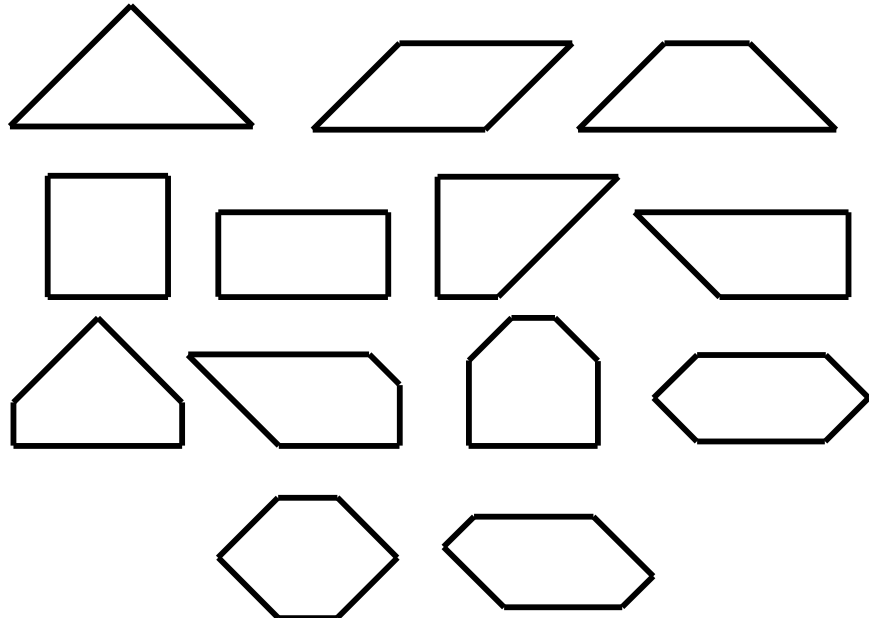
Tangrampalapeli

Olet saanut seitsemän tangrampalaa, joista on mahdollista muodostaa kaikki 13 alla olevaa kuviota.

Miten näitä 7 palaa on käytetty kunkin kuvion muodostamisessa?

Vastauspapereissa kuviot ovat suurennettuina niin, että voit täyttää ne paloilla. Ratkaisut täytyy myös piirtää kuvioihin. Huomioi, että kuvioiden koon ei tarvitse olla sama kuin mitä saat aikaan paloilla, vaan oikea muoto on ratkaiseva.

Saat tehtävästä täydet pisteet, jos pystyt muodostamaan 5 näistä kuvioista siten, että jokaiseen on käytetty kaikki seitsemän tangrampalaa.



Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	tt
a			

Kolikot rivissä

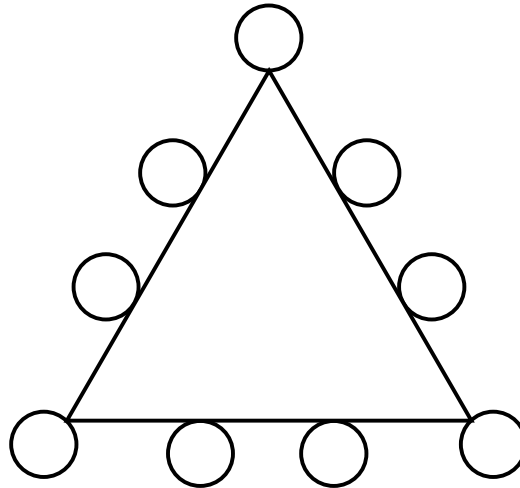
Olet saanut 3 kpl 50 sentin kolikkoa ja 3 kpl 1 euron kolikkoa. Nämä kolikot sijoitetaan riviin sattumanvaraisesti. Millä todennäköisyydellä sekä rivin ensimmäinen että viimeinen kolikko ovat 50 sentin kolikoita?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Maaginen summa

Teillä on 9 numerokorttia joissa on luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9. Sijoita jokaiseen ympyrään yksi luku siten, että jokaisen sivun neljän luvun yhteenlaskettu summa (*maaginen summa*) on sama.



- Piirtäkää yksi ratkaisu vastauspaperiin. Mikä on maaginen summa?
- Etsikää *pienin* ja *suurin* mahdollinen maaginen summa. Näitä summia vastaavia ratkaisuja ei tarvitse piirtää, vaan riittää, että kirjoitatte summat vastauspaperiin.

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
e			

Seitsennumeroinen koodi

Tehtävänä on löytää seitsennumeroinen koodi. Saatte seuraavat tiedot:

- kolme ensimmäistä numeroa ovat kolme peräkkäistä kokonaislukua laskevassa järjestyksessä
- näiden kolmen ensimmäisen numeron summa on 18 ja niiden tulo on 210
- neljästä jäljellä olevasta numerosta kolme on alkulukuja nousevassa järjestyksessä, mutta toiseksi viimeinen numero ei ole alkuluku
- neljän viimeisen luvun tulo on 336

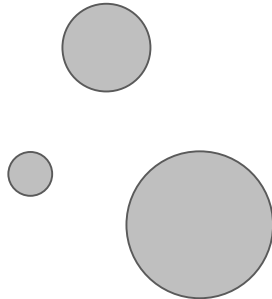
Käyttäkää jaettuja numerolaattoja hyväksenne muodostaessanne seitsennumeroista koodia. Kirjoittakaa vastauksenne vastauspaperiin ja osoittakaa, että annetut tiedot täsmäävät koodinne kanssa.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	g
u			

Logo-ongelma

Graafinen suunnittelija tekee eräälle firmalle logon. On päätetty, että logon täytyy muodostua kolmesta ympyrästä, jotka on sijoitettu kuvan esittämällä tavalla.



Tämän lisäksi logossa on oltava neljäs ympyrä, joka sivuaa yhtäaikaisesti (siis koskee täsmällisesti yhdessä pisteessä) kaikkia kolmea ympyrää. Kuinka monta logoa tällä tavalla voidaan muodostaa?

Piirtäkää kaikki ratkaisunne paperiin!

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
u		e	

Erikoinen luku

Etsikää kaikki luvut, joilla on seuraavat kolme ominaisuutta:

- Luvun on oltava positiivinen ja pienempi kuin 100.
- Jos lukuun lisätään 2, luvusta tulee 6:lla jaollinen.
- Luvun numeroiden summa on jaollinen 7:llä.

Tehtävä 7

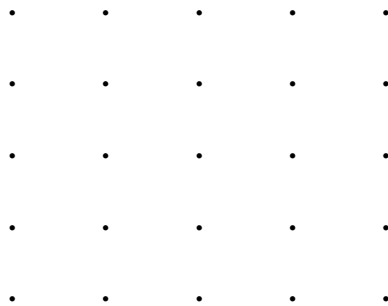
A	B	C	D
h	jt	ko	g
k	s		

Neliöiden pinta-alat

Teille on annettu geolauta ja kuminauha. Niiden avulla on helppo muodostaa neliöitä, joiden ala on 1, 4, 9 ja 16.

Muodostakaa nyt neliöt, joiden alat ovat 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10 ja 12, mikäli se on mahdollista.

Piirtäkää mahdolliset neliöt paperiin!



Kansallinen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	kk	ll
s			

Lukumagiaa

Käytössäsi on kuvan mukaiset 5 lukukorttia. Näitä käytetään lukumagiassa seuraavalla tavalla:

Pyydä kaveriasi ajattelemaan jotakin kokonaislukua välillä 1 ja 32. Pyydä häntä sitten valitsemaan ne kortit, joissa hänen ajattelemansa luku esiintyy. Pystyt nyt kertomaan hänelle, mikä hänen ajattelemansa luku on, kun lasket yhteen valittujen korttien vasemmassa yläkulmassa olevat luvut.

Esimerkki: Ajattele lukua 14. Luku esiintyy korteissa B, C ja D.
 $2+4+8=14$.

Selittäkää, miten lukukortit on tehty ja miksi tämä lukutemppu toimii aina.

Huomioikaa, että ratkaisevat luvut ovat: 1 2 4 8 16.

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 A	2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 B	4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 C	8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 D	16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 E
--	---	---	---	---

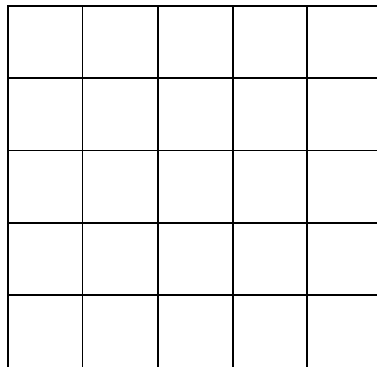
Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	s	rg
u			

Viisi laattaa

Sijoittakaa saamanne viisi laattaa kokoa $5 \cdot 5$ olevaan ruudukkoon siten, että samassa vaakarivissä, samassa pystyrivissä tai samassa lävistäjässä ei ole kahta laattaa.

Etsikää niin monta ratkaisua kuin mahdollista.



Tehtävä 3

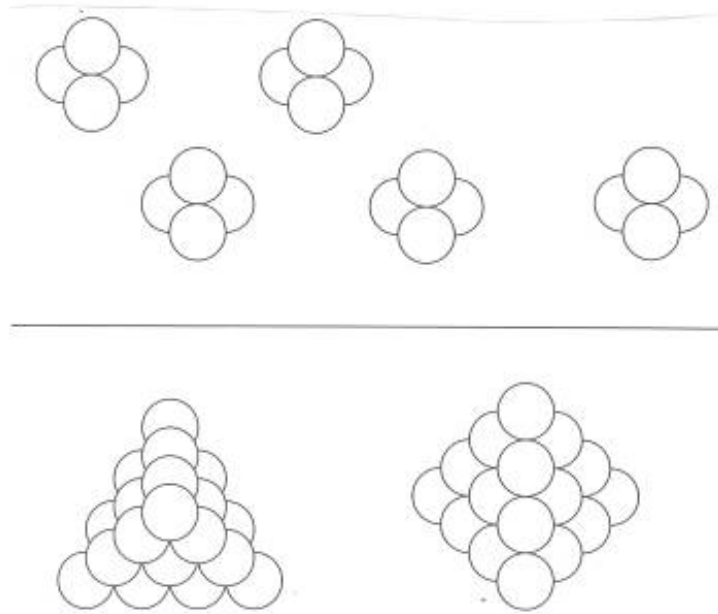
A	B	C	D
h	jt	ko	g
s			

Pyramidipalapeli

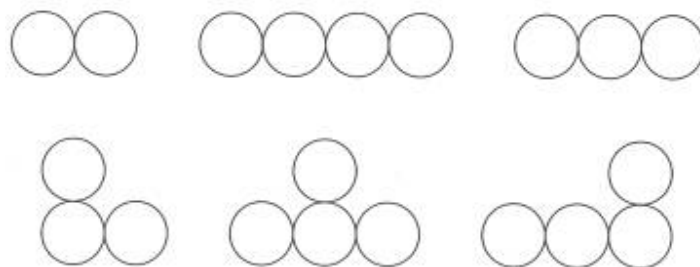
Annettuna on kaksi kokoelmaa palapelejä. Yhdessä on 5 palaa ja toisessa 6. Molemmista palapelistä on rakennettava tetraedri (kolmiopyramidi, jonka kaikki sivutahkot ovat tasasivuisia kolmioita).

Palapeli 1 koostuu viidestä samanlaisesta palasta (esitelty kuvan yläosassa), joista tulee rakentaa tetraedri.

Kuvan alaosassa vasemmalla on tetraedri suoraan ylhäältä päin ja oikealla sivusta päin katsottuna.



Palapeli 2 koostuu kuudesta erilaisesta palasta (kuvassa alla), joista tulee rakentaa tetraedri.



Tehtävä 4

A	B	C	D
h	av	kk	to

Rakastuneet parit

Kolme vastarakastunutta paria saapuu joelle. Siellä heitä odottaa pieni vene, jolla heidän pitäisi ylittää joki. Veneeseen mahtuu vain kaksi henkilöä kerrallaan. Kaikki kolme miestä ovat hyvin mustasukkaisia, eivätkä salli rakkaansa olla yhdessä toisen miehen kanssa (veneessä tai rannalla), elleivät itse ole mukana.

Kuinka monta kertaa veneen pitää ylittää joki, jotta kaikki saataisiin toiselle puolelle? Selitä, miten se tapahtuu.

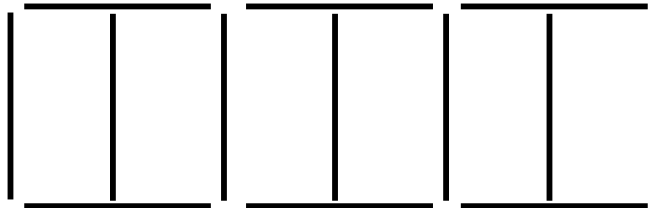
Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	g
s			

Yhtenevät alueet

Käyttämällä 13 tulitikkuja on mahdollista muodostaa kuvio, jossa on kuusi yhtenevää (samanmuotoista ja samankokoista) aluetta, kuten kuvassa.

Ottakaa pois yksi tulitikku siten, että muodostuu uusi kuvio, jossa myös on kuusi yhtenevää aluetta.



Pohjoismainen loppukilpailu

Tehtävä 1

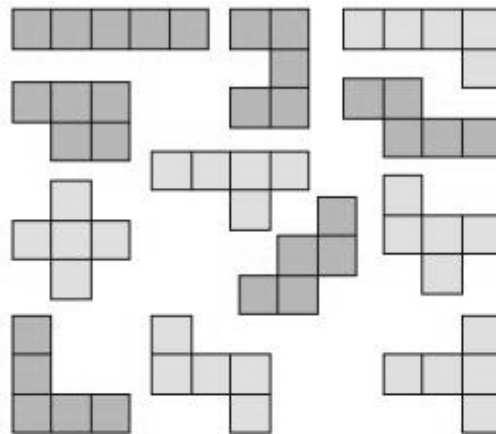
A	B	C	D
h	s	ko	g
r	u	kk	

Materiaali:

Pentominopalikkoja

Kolmiulotteinen pentomino

Teillä on kokoelma pentominopalikoita.



Jokainen pentominopalikka koostuu viidestä pienestä kuutiosta. Tehtävänne on muodostaa symmetrinen kuvio (symmetrinen yhdessä tasossa). Mitä enemmän palikoita käytätte, sitä paremman tuloksen saatte.

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
s			

Lukupyramidi

Teillä on kolmisivuinen pyramidi sekä ”lukukortteja”. Pyramidin pohjatason jokaiseen kulmaan on sijoitettava yksi luku. Pyramidin jokaiselle sivulle on sijoitettava luku, joka on kyseisen sivun alakulmissa olevien lukujen summa.

Pyramidin huippupisteeseen on sijoitettava luku, joka on sivuilla olevien lukujen summa.

Huippupisteen luku on 20.

Sijoittakaa kuusi muuta lukua siten, että kaikki ehdot täyttyvät, kun

- on käytettävä kuutta eri lukua.
- samaa lukua voidaan käyttää useita kertoja.

Onko olemassa enemmän kuin yksi ratkaisu?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	s	g
af			

”Kaksoistetraedri”

Teille on annettu neljä kuvan mukaista ”kaksoistetraedia”.

- Selittäkää, miten kuva on muodostettu.
- Määrittäkää vaipan pinta-alan lauseke, kun kaksoistetraedrin kahteen yhtä suureen osaan jakavan tasasivuisen kolmion sivu on s .



Tehtävä 4

A	B	C	D
h	av	kk	ll

Mitä lukua ajattelen?

Opettaja ajattelee kahta peräkkäistä lukua väliltä 1-10. Opettaja kirjoittaa nämä luvut eri lapuille ja antaa ne kahdelle oppilaalle, yhden molemmille.

Oppilas 1: En tiedä, mikä luku sinulla on.

Oppilas 2: Enkä minä tiedä sinun lukuasi.

Oppilas 1: Siinä tapauksessa tiedän molemmat luvut!

Etsi kaikki ratkaisut ja selitä, miten päädyit niihin. (Ratkaisuja on olemassa yhteensä neljä.)

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	ko	to
kk			

Pimeänpelko

Perhe on menossa pimeään tunnelin läpi. Kaikki pelkäävät pimeää, ja heillä on käytössään taskulamppu, joka valaisee 12 minuutin ajan.

Tunnelin läpi voi mennä korkeintaan kaksi ihmistä yhtä aikaa, mutta silloin heidän on kuljettava hitaamman vauhtia.

Isällä menee tunnelin läpi kulkemiseen 1 minuutti, äidillä 2 minuuttia, pojalla 4 minuuttia ja tytöllä 5 minuuttia.

Onko mahdollista, että kaikki pääsevät tunnelin läpi? Selitä siinä tapauksessa, miten se tapahtuu. Jos he eivät onnistu, kerro ja perustele, kuinka monta minuuttia he tarvitsisivat.

2006

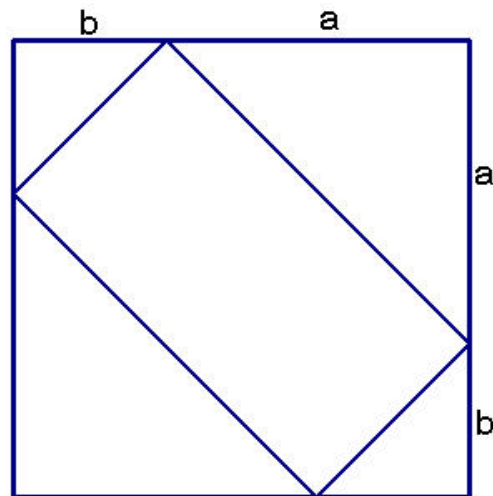
1. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	s	s	g
k		kk	
a			

Suorakulmio neliössä

Kuvan suorakulmio on sijoitettu neliön sisään siten, että suorakulmion kärjet jakavat neliön sivut suhteessa 1:2. Eli a:n pituus on 2 kertaa niin suuri kuin b:n pituus. Kuinka suuren osan neliöstä suorakulmio peittää?



Valitse oikea vaihtoehto:

- a) $1/2$ b) $1/3$ c) $4/9$ d) $5/9$ e) $1/4$

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	af
		e	

Mikä harrastus kullakin on?

Anna, Eeva ja Hannu harrastavat jokainen kahta seuraavista urheilulajeista: jalkapallo, käsipallo, laskettelu, koripallo, tennis ja golf. Kukaan kolmesta ei harrasta samaa urheilulajia kuin muut.

- Lasketteliija ja tenniksenpelaaja käyvät elokuvissa Annan kanssa.
- Eeva on tenniksenpelaajan naapuri.
- Hannu voitti Eevan ja koripalloilijan monopolissa.
- Jalkapalloilija söi lounasta laskettelijan kanssa.
- Koripalloilija on sukua käsipalloilijalle.
- Jalkapalloilija sai tekstiviestin koripalloilijalta.

Mitä urheilulajeja Anna, Eeva ja Hannu harrastavat?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	ko	ll

Pekan talous

Katri kysyy Pekalta, voisiko tämä lainata 100 € hänelle.

”En, minulla oli 100 €, mutta olen jo kuluttanut osan rahoistani”,

Pekka sanoo.

Katri kysyy, kuinka paljon rahaa hän on kuluttanut.

”Olen kuluttanut tasan $\frac{1}{4}$ siitä, mitä minulla on nyt jäljellä”, Pekka vastaa.

Kuinka paljon Pekalla on rahaa jäljellä?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	t	af
o			
kk			

Mitä tapahtuu?

Näet tässä esimerkin, mitä luvulle tapahtuu, kun siihen kohdistetaan

☺ :

3 ☺ 9

10 ☺ 100

1 ☺ 1

Tässä näet esimerkin, mitä luvulle tapahtuu, kun siihen kohdistetaan

▲ :

1 ▲ 5

20 ▲ 43

91 ▲ 185

Kun ☺ ja ▲ yhdistetään, saadaan:

3 ☺ ▲ 21 ja n ☺ ▲ 53

n on positiivinen kokonaisluku. Mikä luku n on?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	o	ll
kk			

Appelsiinipyramidi

Appelsiiniqueko on pyramidin muotoinen. Pyramidin pohjana on suorakulmio, joka muodostuu 5×8 appelsiinista. Kaikki loput appelsiinit ovat aina neljän alapuolella olevan appelsiinin keskelle muodostuvassa kolossa. Ylimpänä pyramidissa on yksinkertainen rivi appelsiineja.

Kuinka monta appelsiinia kasassa on?

Valitse oikea vaihtoehto:

- a) 100 b) 144 c) 80 d) 120 e) 62

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Kahdeksannumeroinen luku

Tee kahdeksannumeroinen luku numeroista 1,1,2,2,3,3,4,4 siten, että ykkösten välissä on yksi numero, kakkosten välissä on kaksi numeroa, kolmosten välissä on kolme numeroa ja nelosten välissä on neljä numeroa.

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
e			

Viivoitin

Viivoitin on tasan 12 yksikköä pitkä. Viivoittimeen on piirretty ainoastaan yksi viiva, ja se on yhden yksikön verran viivoittimen toisesta päästä. Viivoittimeen pitäisi lisätä kolme viivaa niin, että viivoitinta voidaan käyttää mittamaan kaikki kokonaisluvut 1:stä 12 yksikköön. Jokainen mittaus täytyy pystyä suorittamaan siten, että viivoitinta käytetään ainoastaan kerran.

Kuinka monen yksikön päähän viivoittimen päästä kolme viivaa täytyy lisätä? (Viivoittimen päällä tarkoitetaan sitä päätä, jota yhden yksikön merkintä on lähimpänä.)

Tehtävä 8

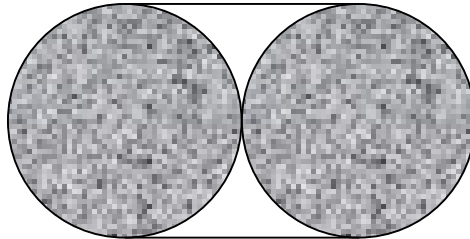
A	B	C	D
h	s	tk	g
k	s		ll
a			

Toisiaan sivuavat ympyrät

Ympyröiden säde on 1. Ympyrät sivuavat toisiaan (koskettavat toisiaan yhdessä pisteessä).

Kuinka suuri on kaksiosaisen valkoisen alueen pinta-ala?

Ilmoita pinta-ala kahden desimaalin tarkkuudella (kaksi numeroa pilkun jälkeen).



2. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	s	s	ll

Määrätty järjestys

Luonnolliset luvut kakkosesta ylöspäin on sijoitettu tiettyssä järjestyksessä taulukkoon, jossa on viisi saraketta.

- Mistä sarakkeesta löytyy luku 1000, jos lukujen sijoittelu jatkuu samalla periaatteella?
- Missä sarakkeessa esiintyy luku 2398?

A	B	C	D	E
	2	3	4	5
9	8	7	6	
	10	11	12	13
17	16	15	14	
	18	19	20	21
25	24	23	22	

.

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	u	ko	ll

Osamäärä 1/5

Numeroista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 on mahdollista muodostaa kaksi

lukua, joiden osamääräksi voidaan supistamalla saada $\frac{1}{4}$. Tämä

voidaan tehdä esimerkiksi seuraavalla tavalla: $\frac{1}{4} = \frac{7956}{31824}$

Tehtävänänne on nyt sijoittaa kaikki numerot 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9

siten, että muodostuu osamäärä, joka voidaan supistaa $\frac{1}{5}$:aan. On

olemassa useampia ratkaisuja. Kolme oikeaa vastausta oikeuttaa viiteen pisteeseen..

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	tk	af
k			
j			

Kielikiinnostus

20 oppilasta valittiin satunnaisesti kielivalintatutkimukseen.

Tutkimuksessa kävi ilmi, että 5 oppilasta oli valinnut espanjan, 6 ranskan ja 12 saksan. Edelleen tiedettiin, että oppilaista 3 oli valinnut sekä espanjan että saksan, 2 oli valinnut ranskan ja saksan ja 1 oppilas oli valinnut kaikki kolme kieltä.

Kuinka moni oppilas ei ollut valinnut yhtään näistä kolmesta kielestä?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	kk	af
k			
a			

Pekan kuntoiluharrastus

Pekka käveli yhteensä 117 km. Hän aloitti kävelylenkit sunnuntaiaamuna ja lopetti ne maanantai-iltana runsas viikko myöhemmin. Joka päivä hän käveli 1 km enemmän kuin edellisenä päivänä. Kuinka monta kilometriä hän käveli keskiviikkona?

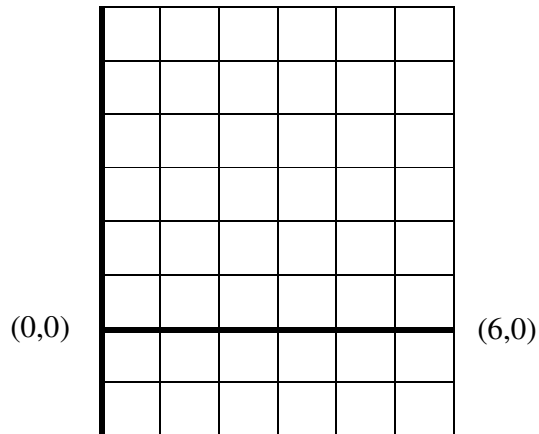
Tehtävä 5

A	B	C	D
h	s	tk	af
a		ko	

Jäniksen reitti

Jänis hyppelee pisteestä $(0,0)$ pisteeseen $(6,0)$. Jokaisen hypyn, joka lähtee pisteestä (x,y) , on päädyttävä pisteeseen $(x+1, y+1)$ tai $(x+1, y-1)$. Jänis EI saa hypätä x-akselin alapuolelle, koska siellä on liian vaarallista hyppiä.

Kuinka monta eri reittiä jänis voi valita pisteestä $(0,0)$ pisteeseen $(6,0)$?



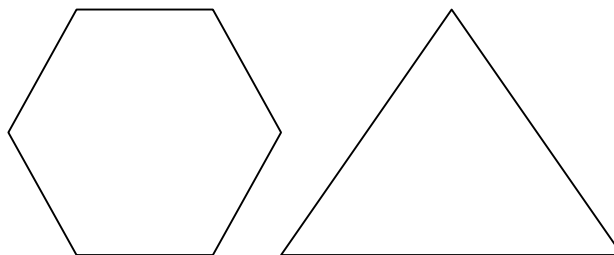
Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	s	g
k			
a			

Geometriset kuviot

Säännöllisen kuusikulmion (kaikki sivut ovat yhtä pitkiä ja kulmat yhtä suuria) ja tasasivuisen kolmion piirit ovat yhtä suuret.

- Kumman kuvion ala on suurempi, ja
- kuinka paljon suurempi?



Tehtävä 7

A	B	C	D
h	av	tk	ll
ko			

Koirankoppien rakentaminen

Eräs oppilasryhmä otti tehtäväkseen rakentaa 10 koirankoppia kennelille. Kennelin omistaja halusi, että kaikki koirankopit olisivat valmiita kuukauden kuluessa. Jokaisesta valmiista koirankopista oppilaat saisivat 400 €, mutta jokaisesta koirankopista, joka ei valmistuisi ajoissa, heidän täytyisi maksaa 100 €:n sakkomaksu.

Kun kuukausi oli kulunut, oppilaat olivat tienanneet 1500 €. Kuinka monta koirankoppia oppilaat olivat saaneet valmiiksi?

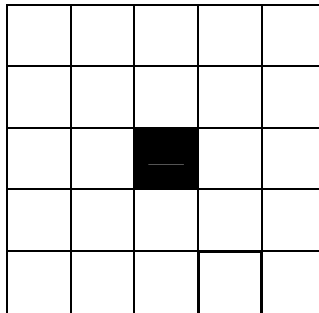
Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	ko	ng
o			

Musta neliö

Neliön mallinen ruudukko, joka on kokoa 5x5, pitää sisällään neliöitä, joiden koot ovat 1 ruutu, 2x2, 3x3, 4x4 ja 5x5 ruutua.

Kuinka moni näistä neliöistä sisältää mustan neliön?



Semifinaali

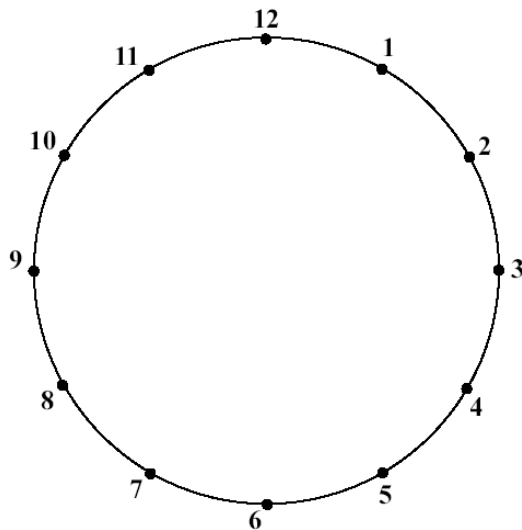
Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	ko	g
s			

Kellosuorakulmiot

Paperille on piirretty kellotaulu, johon on merkitty kaikki tasatunnit. Kuinka monta suorakulmiota pystyt muodostamaan siten, että tunteja vastaavat kokonaislukupisteet ovat suorakulmioiden kulmia?

Piirrä ja selitä vastaus.



Tehtävä 2

A	B	C	D
h	av	t	ll

Pääsiäismunat

Kustaa oli koristellut muutamia pääsiäismunia ja halusi antaa ne lahjaksi.

- Ensin äiti sai puolet kaikista munista plus puolikkaan munan.
- Sitten isoisä sai puolet jäljellä olevista munista plus puolikkaan munan.
- Tämän jälkeen setä sai puolet jäljellä olevista munista plus puolikkaan munan.
- Lopuksi sisko sai puolet jäljellä olevista munista plus puolikkaan munan.

Niin Kustaa oli antanut pois kaikki pääsiäismunansa.

Kuinka monta pääsiäismunaa kukin perheenjäsen sai?
Kuinka monta pääsiäismunaa Kustaa oli koristellut?

Tehtävä 3

Lukukortit

A	B	C	D
h	s	s	ll
		ko	af

6	72
18	24

36	48
6	30

60	12
18	42

Kaikki yllä olevat lukukortit ovat *haplonkeja*.
(Haplonki on keksitty sana, joka kertoo, että yllä olevilla korteilla on ominaisuus, jota alla olevilla korteilla ei ole.)

15	12
48	20

7	49
28	70

2	24
32	16

Mikään yllä olevista lukukorteista ei ole *haplonki*.

9	27
45	81

A

78	18
84	90

B

5	25
50	35

C

3	15
9	17

D

Yksi yllä olevista lukukorteista on *haplonki*. Mikä niistä?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
r			

Luvusta lukuun

Paperilla on ruudukko, jonka jokaisessa ruudussa on jokin luku.

Tehtävänäsi on kulkea pelinappulalla ruudusta ruutuun.

Kulkeminen tulee aloittaa vasemmassa yläkulmassa olevan nuolen luota ja päättää ruudukon oikeassa alakulmassa olevan nuolen luokse.

Saat itse valita, kuinka monessa ruudussa käyt ensimmäisen ja viimeisen ruudun välillä.

Pelinappula saa kulkea ainoastaan vaaka- ja pystysuunnassa, ei vinottain, ja vain yhden ruudun kerrallaan.

Laske, kuinka monta pistettä matkan varrella yhteensä kertyy.

Laskeminen tapahtuu seuraavalla tavalla:

- Ensimmäisestä ruudusta saa niin monta pistettä kuin luku osoittaa.
- Toisesta ruudusta saa luvun osoittaman pistemäärän 2-kertaisena.
- Kolmannesta ruudusta saa luvun osoittaman pistemäärän 3-kertaisena.
- Neljännestä ruudusta saa luvun osoittaman pistemäärän 4-kertaisena.

Ja niin edelleen.

Merkitä se reitti, joka mielestäsi antaa korkeimman pistesumman, ja laske summa.

5	-5	6	-3
-2	10	-8	7
9	-6	4	-4
-1	4	-5	1

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	o	ll
k		ko	

Jung-run Chenin väittämä

Vuonna 1973 kiinalainen Jung-run Chen väitti, että kaikki parilliset luvut pystytään kirjoittamaan seuraavalla tavalla: $a + b \cdot c$, missä a , b ja c ovat alkulukuja. Esimerkiksi luku 8 voidaan kirjoittaa: $8 = 2 + 2 \cdot 3$

Lukua 40 pienemmät alkuluvut ovat seuraavat:

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37

a) Tutki Jung-run Chenin väittämää kolmella parillisella luvulla, jotka sijaitsevat lukujen 10 ja 30 välillä.

b) Kirjoita luku 38 mahdollisimman monella eri tavalla $a + b \cdot c$ missä a , b ja c ovat alkulukuja.

c) Selitä, kuinka voit olla varma, että olet löytänyt kaikki mahdolliset vaihtoehdot luvulle 38.

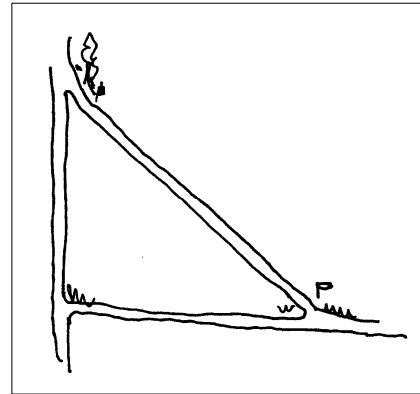
Tehtävä 6

A	B	C	D
h	s	o	g
a		s	
k			

Pallokenttä

Kolmen tien rajaamalle alueelle on tarkoitus tehdä pallokenttä.

Pallokentän tulee olla suorakulmion muotoinen ja sen tulee sijaita kuvan suorakulmaisen kolmion sisällä. Kolmion kateetit ovat 60 metriä ja 80 metriä, ja hypotenuusa on 100 metriä.



Millä tavalla pallokenttä tulee sijoittaa, jotta sen pinta-ala olisi mahdollisimman suuri?

Piirrä kuva ratkaisusta ja laske suorakulmion pinta-ala.

Selitä, miten suorakulmion täytyy mielestäsi sijaita, jotta sen ala olisi mahdollisimman suuri.

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	ko	af
	s	s	

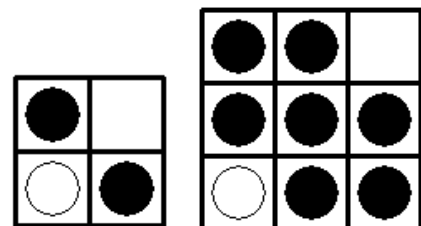
Kulmasta kulmaan

Valkoinen nappula on siirrettävä tyhjiin ruutuun. Jotta saataisiin reitti auki valkoiselle nappulalle, on tietysti siirrettävä myös mustia nappuloita.

Nappuloita saa siirtää viereiseen vapaaseen ruutuun, mutta ei vinottain.

a. Kuinka vähäisellä siirtojen määrällä on mahdollista selvittää erisuuruisilla pelilaudoilla?

- 2x2 ruutua?
- 3x3 ruutua?
- 4x4 ruutua?



b. Huomaatteko säännönmukaisuuden a)-kohdassa? Kuinka monta siirtoa on tehtävä kokoa 10x10 olevalla ruudukolla? Selittäkää, miten päättelette vastauksen.

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	av	kk	tt

Värillinen vai väritön?

Sinulla on kolme tikkua.

Värillinen molemmista päistä.



Värillinen toisesta päästä.



Ei värillinen kummastakaan päästä.



Tikut on peitetty niin, ettet näe niitä.

Tartut yhteen tikkuun toisesta päästä katsomatta nyrkkisi sisälle.

Tehtävänäsi on nyt arvata, minkä värinen on tikun se pää, joka on nyrkkisi sisällä, kun näet minkälainen tikun toinen pää on.

Onko mahdollisuutesi vastata oikein suurempi, jos arvaat, että tikun toinen pää on:

- Samanlainen kuin se pää, jonka näet (värillinen, jos näet värillisen pään, ja väritön, jos näet värittömän pään).
- Erivärinen kuin se pää, jonka näet (värillinen, jos näet värittömän pään, ja väritön, jos näet värillisen pään).
- Vai onko sinulla yhtä suuri mahdollisuus vastata oikein riippumatta siitä, mitä arvaat?

Perustele vastauksesi.

Kansallinen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	s	ko	g
s			

Materiaali: Neliönmuotoisen paperiarkin.

Neliöstä tasasivuiseksi kolmioksi

Sinulla on neliön muotoinen paperiarkki. Tehtävänäsi on taitella arkki siten, että syntyy tasasivuinen kolmio, jonka yksi sivu muodostuu neliön yhdestä sivusta.

Selitä, miten olet taitellut paperin ja miksi kolmio on tasasivuinen.

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
av s to			

Materiaali: 100 makaronit

Makaronien jakaminen

Olette saaneet 100 makaronia sekä 5 kuppia, jotka on merkitty numeroilla 1, 2, 3, 4 ja 5. Jakakaa makaronit kuppeihin seuraavalla tavalla:

- Kuppi numero 2 sisältää 2 makaronia enemmän kuin kuppi numero 1
Kuppi numero 3 sisältää 2 makaronia enemmän kuin kuppi numero 2
Kuppi numero 4 sisältää 2 makaronia enemmän kuin kuppi numero 3
Kuppi numero 5 sisältää 2 makaronia enemmän kuin kuppi numero 4.
- Kuinka monta makaronia kussakin kupissa on?
- Jakakaa makaronit samalla tavalla kuin a)-kohdassa, mutta tällä kertaa jokaisessa kupissa tulee olla 4 makaronia enemmän kuin edellisessä. Kuinka monta makaronia kussakin kupissa on nyt? Kuinka monta makaronia kuppeihin tulee, jos jokainen kuppi sisältää 6 makaronia enemmän kuin edellinen?
- Jakakaa makaronit samalla tavalla kuin kohdissa b), mutta tällä kertaa jokaisessa kupissa tulee olla n makaronia enemmän kuin edellisessä. Kuinka monta makaronia kuhunkin kuppiin tulee nyt? Mikä on suurin arvo, jonka n voi saada, jos ensimmäinen kuppi ei saa olla tyhjä?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	kk	tt
k		s	
r			

Materiaali: Laatikko tai pussi, 7 palloa esim. 1 punainen, 2 sinistä ja 4 keltaista.

Pallot pussissa

Opettajalla on laatikko tai pussi, jossa on 7 palloa.

Osallistujat saavat tietää vain, että pussissa on 7 palloa ja että kaikki pallot eivät ole samanvärisiä. Heidän tehtävänä on selvittää, minkä värisiä palloja pussissa on ja kuinka monta.

Opettaja ottaa pussista yhden pallon sattumanvaraisesti ja näyttää sen ryhmille. Ryhmät merkitsevät värin muistiin. Pallo laitetaan takaisin pussiin, ja pallot sekoitetaan kunnolla. Pussista otetaan uusi pallo, jonka värin ryhmät merkitsevät muistiin. Tämä toistetaan 10 kertaa. (Ryhmillä on nyt mahdollisuus esittää vastauksensa tuomaristolle. Jokaisella ryhmällä on ainoastaan yksi vastausmahdollisuus.)

Tämän jälkeen pussista nostetaan taas palloja, kunnes ryhmät ovat tehneet taas 10 havaintoa. (Ryhmillä on taas mahdollisuus ehdottaa vastausta.)

Näin jatketaan, kunnes kaikki ryhmät ovat esittäneet oman ehdotuksensa.

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	av	kk	ll

Korttitemppu

Opettajalla on korttipakka, jossa on kortit arvoltaan 1-9. Oppilaat luokassa nostavat pakasta kaksi korttia kukin, ja muodostavat niistä kaksinumeroiset luvut. Esimerkki: Korteista 5 ja 8 muodostuu luvut 58 ja 85.

Oppilaat laskevat näiden kaksinumeroisten lukujen summan.

Esimerkki: $58 + 85 = 143$.

Tämä summa jaetaan korttien lukuarvojen muodostamalla summalla.

Esimerkki: $8 + 5 = 13$.

Nyt oppilaat jakavat kaksinumeroisten lukujen summan korttien lukuarvojen summalla. Esimerkki: $143 : 13 = 11$.

Kaikki saavat saman vastauksen riippumatta nostettujen korttien lukuarvoista. Oppilaiden tehtävä on selittää, miksi näin käy.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
t			

Tasajako

Sinulla on kolme astiaa.

Yksi on täytetty 8 dl:lla makaroneja. Kaksi muuta astiaa ovat tyhjiä.

Toiseen mahtuu 5 dl ja toiseen 3 dl.

Tehtävänäsi on käyttää astioita niin, että lopulta kahdessa astiassa on 4 dl makaroneja molemmissa.

Selitä, miten päädyit ratkaisusi ja miksi ratkaisusi on oikea.

Pohjoismainen loppukilpailu

Tehtävä 1

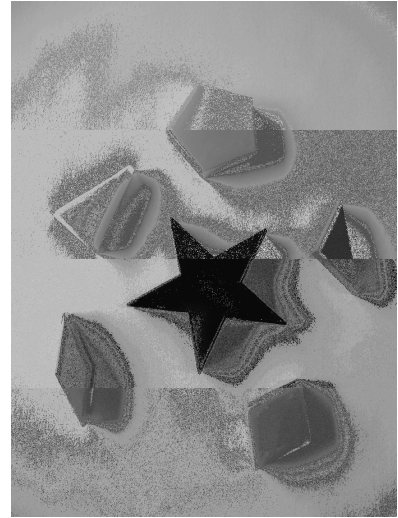
A	B	C	D
h	u	ko	g
r		s	

Materiaali:
Kuviopalikot

Viisikulmiot

Muodosta mahdollisimman monta erilaista viisikulmiota liittämällä saamiasi kuviopalikoita (PentaBlocks®) yhteen.

Vertaa muodostamiesi erilaisten viisikulmioiden pinta-aloja toisiinsa.



Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	s	g
k			
a			

Materiaali: 3 purkkia missä on riisiä. Yksi riisimäärä vastaa laatikon tilavuutta.

Riisi laatikossa

Laatikon sivujen pinta-alat ovat:

- 96 cm^2
- 252 cm^2
- 168 cm^2

Mitkä ovat laatikon mahdolliset mitat senttimetreinä? (Oletetaan, että laatikon mitat ovat kokonaislukuja.) Ilmoita pituus, leveys ja korkeus.

(Valitse oikea määrä riisiä siten, että laatikko täyttyy.)

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Tikanheittopeli

Eräässä tikanheittopelissä jokaisella tikalla on mahdollista saada mikä tahansa seuraavista pisteluvuista:

11, 16, 23, 26, 29 tai 40.

Keksi mahdollisimman monta tapaa saada täsmälleen 100 pistettä.

Kuinka monta tikkaa kullakin kerralla tarvitset?

Mikä on pienin määrä tikkoja, jotka heittämällä on mahdollista saada täsmälleen 100 pistettä?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	s	g
		e	af

Paperibiljardi

Paperibiljardia pelataan suorakulmion muotoisella ruudukolla, jossa on "pussit" neljässä kulmassa.

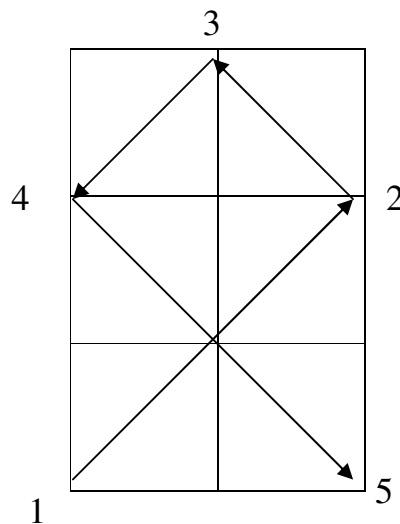
Jokainen pallo ammutaan vasemmasta alakulmasta 45 asteen kulmassa ja pallon reittiä pelilaudalla seurataan, kunnes pallo saavuttaa pussin.

Kuvassa on 2x3 ruudun pelilauta, jossa näkyy 5 kimpoamista "seinästä" (sisältäen lähdön ja maalin) ja 6 lävistettyä ruutua.

Tutki suurempia pelilautoja ja pyri löytämään yhteys kimpoamisten lukumäärän ja lävistettyjen ruutujen lukumäärän välillä.

Mitkä ovat sellaisen pelilaudan mitat, jossa lävistettyjä ruutuja on 30 ja kosketuksia 8?

Esitä ratkaisusi geolaudalla tai piirtämällä.



Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	e	ll
		ko	
		s	

Viesti

Olet saanut seuraavanlaisen viestin:

HOPE – YOU = WIN

Jokainen kirjain vastaa eri numeroa. O = 0.

Sinun on löydettävä kaikki ratkaisut tai perusteltava, jos mahdollisia ratkaisuja on mielestäsi olemassa ainoastaan yksi.

2007

1. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	kk	ll
jt			

Moninumeroinen luku

Luku 12345678910111213 ... 997998999

on muodostettu siten, että luonnolliset luvut 1, 2, 3, 4, 5, ..., 998, 999 on kirjoitettu peräjälkeen.

Mikä on luvun 2006. numero vasemmalta laskettuna?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7 i) 8 j) 9

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	av	s	g
a	jt	kk	af
k			

Suorakulmioita

Kahdella erilaisella suorakulmiolla, R1 ja R2, on sama pinta-ala: 360 neliösenttimetriä (cm²). Suorakulmion R2 yhden sivun pituus on 12 senttimetriä (cm) suurempi kuin vastaavan sivun pituus suorakulmiossa R1. Suorakulmion R2 toinen sivu on 5 senttimetriä (cm) lyhyempi kuin vastaava sivu suorakulmiossa R1.

Kuinka suuri on suorakulmioiden piirien pituuksien välinen ero?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
kk			
e			

Salainen luku

Keksikää nelinumeroinen luku, jolle pätevät seuraavat säännöt:

- kaikki luvun numerot ovat eri numeroita
- tuhatluvun kohdalla oleva numero on kolme kertaa niin suuri kuin kymmenluvun kohdalla oleva numero
- luku on pariton luku
- luvun numeroiden summa on 27

--	--	--	--

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
r	o		

Numeroiden tulo ja numeroiden summa

Kuinka monta kaksinumeroista lukua, joilla on seuraava ominaisuus, on olemassa?

Kun laskette yhteen luvun numeroiden tulon ja numeroiden summan, saatte tulokseksi alkuperäisen luvun.

- a) ei yhtään b) yksi c) kaksi d) viisi e) kahdeksan f) yhdeksän

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	s	to
a	jt		
	s		

Pyöräillen junalle

Matti ajaa kilpapyörällään ehtiäkseen junaan. Rautatieasemalle on matkaa 60 km. Ensimmäiset 20 km on loivaa ylämäkeä, ja silloin Matti pystyy pitämään nopeuden tasaisena 20 km/h. Seuraavat 20 km on tasaista. Tasaisen osuuden Matti pystyy ajamaan nopeudella 30 km/h. Viimeiset jäljellä olevat 20 km on loivaa alamäkeä, ja Mattin nopeus on tuolloin 40 km/h. Juna lähtee kello 10.45.

Matin on laskettava, milloin hänen täytyy lähteä kotoa, ja hän pääteele seuraavasti:

Keskivauhtini tulee olemaan 30 km/h. Minun täytyy siis lähteä kotoa kello 08.40.

Ehtiikö Matti junaan?

Hän tulee _____ minuuttia etuajassa/myöhässä.

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	av	tk	tg
a	jt		
k			

Viisikulmio koordinaatistossa

Määrittäkää sen viisikulmion pinta-ala, jonka kärjet sijaitsevat koordinaatiston pisteissä (8,10), (0,6), (0,-2), (12,-2) ja (12,6).

Tehtävä 7

A	B	C	D
a	av	o	af
h	jt	kk	

Kirjasarja

Seitsemän kirjan kirjasarja julkaistiin siten, että joka 9. vuosi ilmestyi uusi kirja. Kun seitsemäs kirja julkaistiin, julkaisuvuosien summa oli 13601. Minä vuonna julkaistiin sarjan ensimmäinen kirja?

Tehtävä 8

A	B	C	D
a	jt	o	tt
k		kk	
j			

Nopanheitto

Kolme arpakuutiota heitetään samanaikaisesti. Arpakuutioiden luvut muodostavat erilaisia lukuyhdistelmiä. Kuinka monen tällaisen lukuyhdistelmän summa on pienempi tai yhtä suuri kuin 5 ja kuinka monta erilaista lukuyhdistelmää heitoilla on mahdollista saada?

_____ heittoa _____ mahdollisesta heitosta.

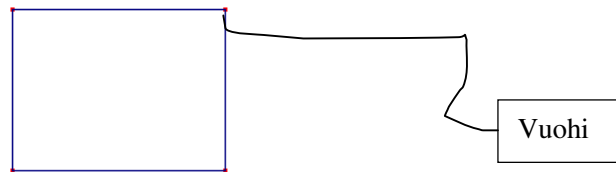
2. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	tk	g
a	s	s	

Vuohi laitumella

Vuohi on kiinnitetty pienen talon kulmaan 6 m pitkällä köydellä. Talo on 3 m leveä ja 4 m pitkä. Talon joka puolella kasvaa ruohoa. Kuinka suurella alalla vuohi voi laiduntaa? Antakaa vastaus kokonaisina neliömetreinä.

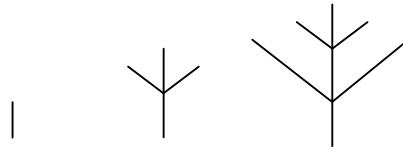


Tehtävä 2

A	B	C	D
h	av	tk	ll
j	jt	kk	

Kuvitelu puu

Kuvitelkaa puu, joka kasvaa seuraavasti: Ensimmäisen vuoden jälkeen siinä on vain 5 cm korkea runko. Tämän jälkeen siitä tulee joka vuosi 5 cm korkeampi ja siihen kasvaa kaksi 5 cm pituista oksaa. Jokainen oksa kasvaa vuodessa 5 cm.



Määrittäkää puun korkeus sekä rungon ja oksien kokonaispituus:

- 4 vuoden kuluttua
- 10 vuoden kuluttua.

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	jt	kk	to

Vuonna 2007

Minä vuonna kalenteri tulee seuraavan kerran näyttämään viikonpäivien ja päivämäärien suhteen täsmälleen samalta kuin kalenteri vuonna 2007?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	s	g
r	o		

Kolmiot

Viiden eri kolmion sivujen pituudet on lueteltu kohdissa a)-e). Minkä kolmion pinta-ala on suurin?

- 5, 12, 12
- 5, 12, 13
- 5, 12, 14
- 5, 12, 15
- 5, 12, 16

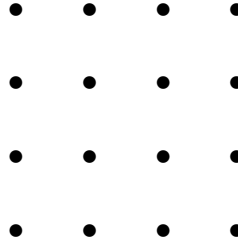
Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	g
r			

Neliötä

Kuinka monta sellaista neliötä, jonka kulmat ovat mustissa pisteissä ja jonka sivun pituus on 2 tai enemmän, on mahdollista piirtää?

(Yksi pituusyksikkö on vaaka- tai pystysuora etäisyys kahden vierekkäisen pisteen välillä.)



Tehtävä 6

A	B	C	D
h	av	tk	tt
jt ko			

Koiranäyttely

Eräässä koiranäyttelyssä saksanpaimenkoirien määrä oli vähintään $\frac{1}{5}$ mäyräkoirien määrästä ja korkeintaan $\frac{1}{6}$ kultaistennoutajien määrästä. Koirista vähintään 23 oli joko saksanpaimenkoiria tai mäyräkoiria.

Kuinka monta kultaistanoutajaa näyttelyssä täytyi vähintään olla?

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	jt	s	tt
a kk			

Nopanheitto

Tavallista arpakuutiota (mahdolliset silmäluvut 1, 2, 3, 4, 5 ja 6) heitetään kaksi kertaa. Kun lasketaan, kuinka monta erilaista ensimmäisen heiton ja toisen heiton yhdistelmää on olemassa, saadaan vastaukseksi 36. Kuinka monessa yhdistelmässä toisen heiton silmäluku on suurempi kuin ensimmäisen heiton?

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	av	kk	ll
ko			

Omenat

Viisi pussia sisältää yhteensä 30 omenaa. Ensimmäisessä ja toisessa pussissa on yhteensä 14 omenaa. Toisessa ja kolmannessa pussissa on yhteensä 10 omenaa. Kolmannessa ja neljännessä pussissa on yhteensä 9 omenaa, ja neljännessä ja viidennessä pussissa on yhteensä 12 omenaa.

Kuinka monta omenaa kukin pussi sisältää?



Semifinaali

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	jt	ko	tt

Kaverikirje

Susanna kirjoitti kirjeen neljälle ystävälleen: Annalle, Ellalle, Kallelle ja Lasselle.

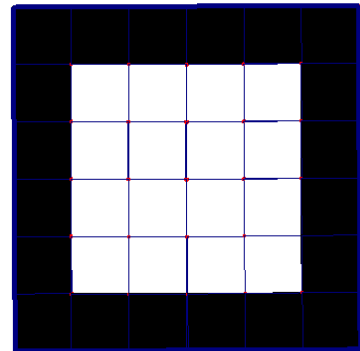
Kuinka monella eri tavalla hän pystyi kirjoittamaan osoitteet kirjekuoriin siten, että kaikki ystävykset saivat väärän kirjeen?

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	g
s			

Kuvio

Tämä neliön muotoinen kokoa 6x6 oleva ruudukko on muodostettu mustista ja valkoisista neliöistä. Mustia ruutuja on 20 ja valkoisia 16.



Tehtävänänne on muodostaa suorakulmaita ruudukkoita, joissa on yhtä monta mustaa ja valkoista ruutua. Uloimman rivin tulee koostua mustista ruuduista ja sen sisällä olevan alueen valkoisista ruuduista.

Kuinka monta erilaista suorakulmiota pystytte muodostamaan?

Mitkä ovat eri suorakulmioiden mitat?

Kuinka monta mustaa ja valkoista ruutua kuvioihin tarvitaan?

Pystyttekö selittämään, miten voitte olla varmoja siitä, että olette löytäneet kaikki mahdolliset ratkaisut?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	t	to
o			

Mehupiste

Hiihtokilpailun juomapisteellä jaetaan mehua.

Mehua on kahdessa isossa mehukanisterissa, A:ssa ja B:ssä, mutta on epäselvää, kuinka paljon mehua kanistereissa on. Tiedetään ainoastaan, että A:ssa on enemmän mehua kuin B:ssä.

A:sta kaadetaan B:hen yhtä paljon mehua kuin B:ssä on valmiiksi. Sitten B:stä kaadetaan A:han yhtä paljon mehua kuin A:ssa sillä hetkellä on.

Lopuksi A:sta kaadetaan B:hen yhtä paljon mehua kuin B:ssä sillä hetkellä on.

Tämän prosessin jälkeen kummassakin kanisterissa on 64 litraa mehua.

Kuinka paljon kanistereissa oli mehua alussa (ennen kuin kaataminen aloitettiin)?

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
s			

Kellot

Kaksi kelloa laitetaan käyntiin yhtä aikaa kello 12 keskipäivällä. Toinen kelloista käy liian hitaasti ja jätättää 2 minuuttia tunnissa. Toinen kelloista käy liian nopeasti ja edistää 1 minuutin tunnissa.

Kuinka kauan kestää ennen kuin nopeampi kello näyttää tunnin enemmän kuin hitaampi kello?

Kuinka paljon kello tuolloin on?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	ko	g
r	u	s	

Tangram-suorakulmiot

Käyttäkää kahta tai useampaa tangram-palapelien palaa ja rakentakaa niistä suorakulmio (joka ei ole neliö).

Piirtäkää suorakulmiosta luonnos, josta selviää, miten paloja on käytetty.

Hajottakaa suorakulmionne ja rakentakaa uusi toisia paloja käyttäen. Voitte hyvin käyttää uudestaan yhtä tai useampaa niistä paloista, joita käytitte ensimmäiseen suorakulmioon, mutta täsmälleen samoja paloja ei saa käyttää.

Muodostakaa niin monta suorakulmiota kuin keksitte.

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
o			

Omenat

Kahdeksan nuorta jakoi 32 omenaa seuraavalla tavalla:

Linda sai 1 omenan.

Sofia sai 2 omenaa.

Ulla sai 3 omenaa.

Elsa sai 4 omenaa.

Ville Lahtinen sai yhtä monta omenaa kuin siskonsa.

Rasmus Pettersson sai kaksi kertaa niin monta omenaa kuin siskonsa.

Kasper Koivisto sai kolme kertaa niin monta omenaa kuin siskonsa.

Tom Nyman sai neljä kertaa niin monta omenaa kuin siskonsa.

Kaikissa perheissä veljellä ja sisarella on sama sukunimi.

Mitkä ovat tyttöjen sukunimet?

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	av	ko	ll
s to			

Jono-ongelma

Seisot rock-konsertin lippujonossa. $1/7$ jonosta on edessäsi ja $5/6$ jonosta on takanasi.

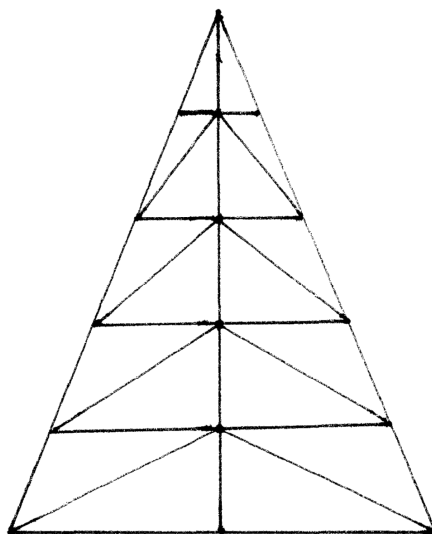
Kuinka monta henkilöä jonossa seisoo?

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	e	g
s			

Kolmiot

Kuinka monta kolmiota on piilotettuna tähän kuvioon?



Kansallinen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	t	tt
		s	to

Voittostrategia

Tehtävänänne on yrittää kehittää voittostrategia seuraavanlaiseen peliin:

Purkissa on 20 tikkua.

Kaksi pelaajaa nostaa tikkuja purkista vuorotellen.

Jokaisella kerralla pelaaja voi ottaa purkista 1, 2 tai 3 tikkua.

Se, joka ottaa viimeisen tikun, voittaa.

Olette kehittäneet voittostrategian, kun pystytte selittämään:

- onko kannattavaa olla aloittaja vai ei
- mistä asiasta voittavan pelaajan on joka kierroksella huolehdittava riippumatta siitä, mitä vastapelaaja on tehnyt

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	av	s	to

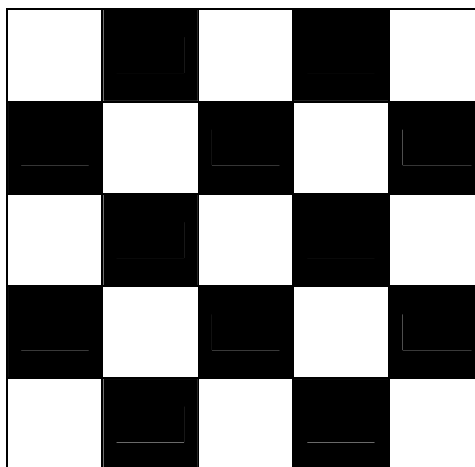
Luokkahuone

Luokassa on 25 pulpettia, jotka on järjestetty viiteen riviin siten, että jokaisessa rivissä on viisi pulpettia. Jokaisessa pulpetissa istuu oppilas.

Opettaja tulee luokkaan ja sanoo, että kaikkien oppilaiden on vaihdettava paikkaa. Jokaisen oppilaan tulee siirtyä joko edessä, takana tai sivulla olevaan pulpettiin.

Onko tehtävä mahdollista suorittaa? Jos vastaus on kyllä, selittäkää miksi. Jos vastaus on ei, selittäkää miksi.

Miettikää vastausta tarkoin!



Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	ko	tt
	jt	s	

Karkkien jakaaminen

Anna, Ella ja Kalle jakavat keskenään neljä eriväristä karkkia.

Kuinka monella eri tavalla karkit on mahdollista jakaa?

Sekä väri että lukumäärä voivat vaihdella.

Voitte selvittää kaikki mahdollisuudet joko päättelämällä tai kokeilemalla.

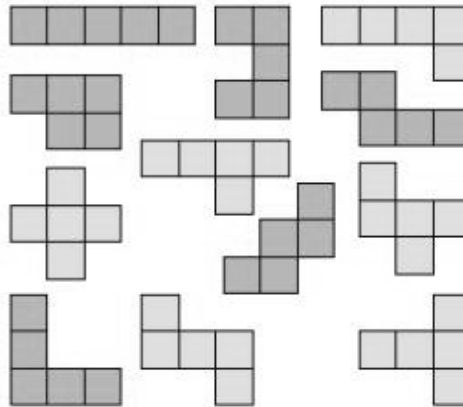
Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	g
	u		

Materiaali: Yksi sarja pentominolaattoja. (12 erilaista laattaa, jotka on muodostettu 5 neliöstä)

Pentominopalapeli

Teillä on sarja pentominolaattoja. Muodostakaa laatoista suorakulmio käyttämällä niin monta laattaa kuin mahdollista.



Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	o	ll
r	u		

Tikanheitto

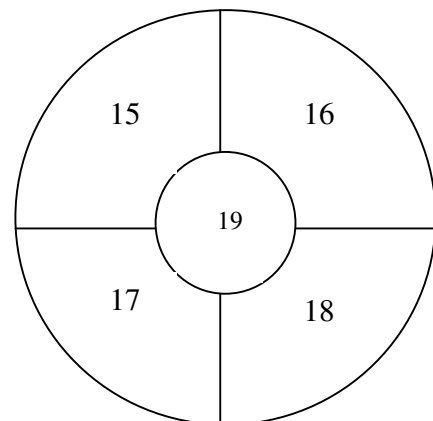
Kuvitelkaa heittäväanne tikkaa annettuun tikkatauluun.

Käyttäkää mielellään jaettuja nappuloita ratkaistessanne tehtävää.

Keksikää mahdollisimman monta tapaa saada täsmälleen 100 pistettä.

Mikä on pienin määrä tikkoja, joka tarvitaan täsmälleen 100 pisteen saamiseen?

Selittäkää, miksi.



Pohjoismainen loppukilpailu

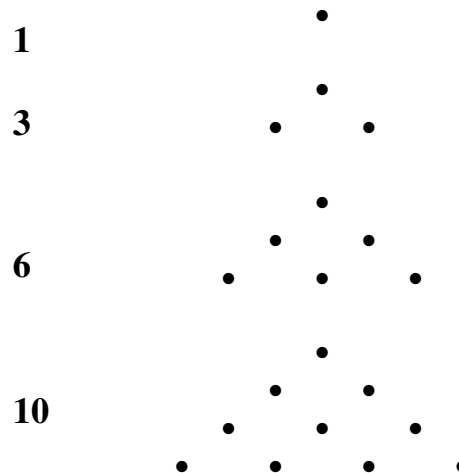
Tehtävä 1

A	B	C	D
h	s	s	af

Kolmioluvut

Kolmioita on mahdollista muodostaa nappuloiden avulla, jolloin kolmioon tarvittavien nappuloiden lukumääriä kutsutaan kolmioluvuiksi.

Ensimmäiset neljä kolmiolukua ovat nähtävissä alla:



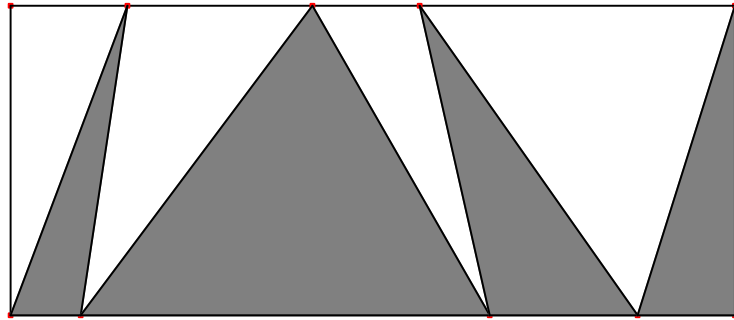
Mikä on suurin kolmioluku, joka on pienempi kuin 500? Voitte käyttää nappuloita apunanne ratkoessanne tehtävää, mutta vastaukseen vaaditaan selitys.

Tehtävä 2

A	B	C	D
k	s	s	g
a	jt		

Kuinka suuri osa kokonaisuudesta?

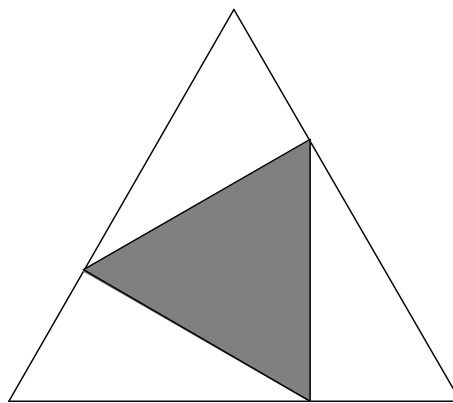
- A) Kuinka suuren osan tummennetut osat muodostavat nelikulmion alasta?



- B) Kuvan ulompi kolmio ja tummennettu kolmio ovat tasasivuisia. Tummennetun kolmion jokainen sivu on kohtisuorassa ulomman kolmion jotain sivua vastaan. Tästä johtuen jokaisessa kolmessa valkoisessa kolmiossa on yksi suora kulma.

Kuinka suuren osan (murtoluku) tummennettu osa muodostaa suurimman kolmion pinta-alasta?

Pienten, valkoisten kolmioiden kulmat ovat 30° , 60° ja 90° , mikä tarkoittaa, että lyhimmän sivun pituus on puolet hypotenuusan pituudesta.



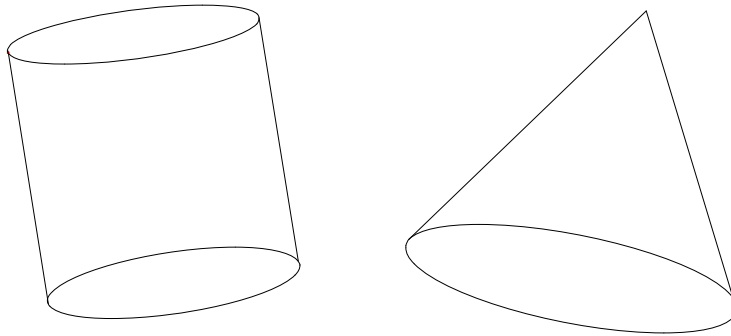
Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	ko	g
k	s	s	
a			

Lieriö ja kartio

Aloita paperista tehty lieriöstä. Lieriön säde on 3 pituusyksikköä.

Käyttäkää harppia, paperia, saksia ja liimaa ja rakentakaa avoin kartio, jonka säde on sama kuin lieriön ja jonka sivun pituus on 4 pituusyksikköä.



Tehtävä 4

A	B	C	D
h	av	kk	ll

Väärinymmärretty numero

Opettaja kirjoitti kaksi lukua taululle ja pyysi oppilaita laskemaan niiden tulon. Toisessa luvussa ykkösiä ilmaisi numero 8, mutta se oli kirjoitettu epäselvästi.

Anna tulkitsi tuon numeron kuutoseksi ja sai tulon 4740. Tom tulkitsi luvun kolmoseksi ja sai tulon 4695.

Mikä on oikea vastaus opettajan ongelmaan?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	t	to
		ko	

Korttitemppu

Ingvill näyttää 13 korttia, jotka ovat seuraavanlaisessa erityisessä järjestyksessä:

Joka kerta kun hän näyttää kortin korttipakan päältä, hän laittaa sen syrjään ja siirtää seuraavan kortin pakan alimmaiseksi.

Kun hän jatkaa tällä tavoin niin kauan, kunnes hän on laittanut syrjään kaikki kortit kädestään, ovat syrjään laitettut kortit loppujen lopuksi järjestyksessä 1:stä 13:een.

Järjestäkää 13 korttia niin, että Ingvillin prosessi on mahdollista toistaa.

Selittäkää miksi järjestys toimii!

2008

1. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	o	ll
a		kk	

Naiset ja herrat

6 naista ja 12 miestä painavat yhteensä 1374 kg. Naisten keskipaino on 62 kg.

Mikä on miesten keskipaino?

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	o	af
a		kk	

Pihatöitä

Kolme siskosta tekevät naapureille pihatöitä maksua vastaan. He saavat yhteensä 260 €. Vanhin sisko saa 50 % enemmän kuin keskimäinen sisko, ja nuorin saa 50 % vähemmän kuin vanhin.

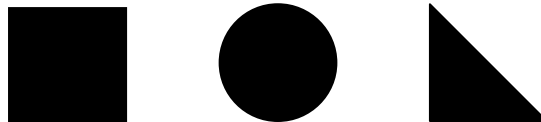
Kuinka paljon kukin siskoksista saa työstään?

Tehtävä 3

A	B	C	D
h	av	ko	g
	jt	kk	
		e	

Varjokuvat

Eräs kolmiulotteinen kappale on sen muotoinen, että siitä muodostuu eri asentoihin käännettäessä suurin piirtein seuraavanlaiset varjokuvat:



Minkä muotoinen kappale on?

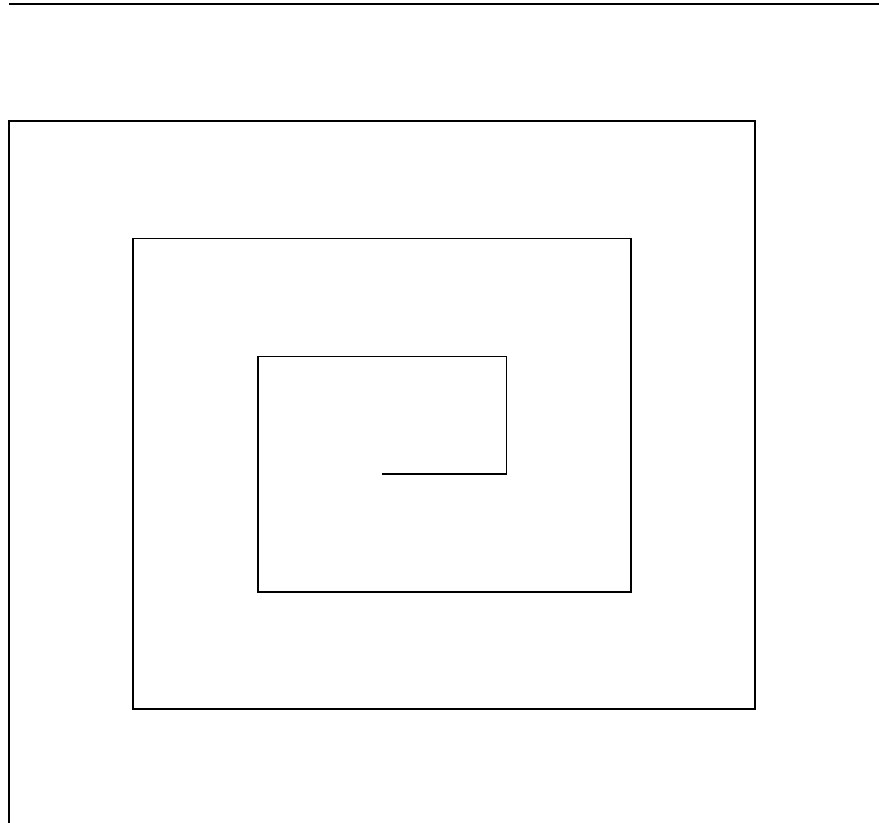
- a) Lieriö
- b) Kartio
- c) Puolipallo
- d) Vinoon leikattu puolikas lieriö
- e) Vinoon leikattu puolikas kuutio

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	o	ll
	av	kk	g

Labyrintti

Petteri kulkee spiraalin muotoisen labyrintin läpi. Hän kävelee keskellä käytävää ja tekee 90 asteen käännöksen joka kulmassa. Käytävä on 2 metriä leveä. Kuinka pitkän matkan Petteri on kulkenut yhteensä, kun hän saapuu labyrintin keskipisteeseen?



Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	tk	g
		ko	
		kk	

Postimerkit

Kaisa menee postiin ostamaan neljä neliönmuotoista postimerkkiä. Hän pyytää saada neljä postimerkkiä, jotka ovat kiinni toisissaan.

Kuinka monta erilaista kuviota neljä toisissaan kiinni olevaa neliönmuotoista postimerkkiä voi muodostaa?

Kaikkien postimerkkien tulee olla oikein päin (eli tietty sivu ylöspäin, tietty sivu alaspäin, tietty sivu oikealle ja tietty sivu vasemmalle).

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
r	av	o	

Jaollisuusominaisuus

Luvussa 64 ykkösten paikalla on numero 4 ja kymmenten paikalla numero 6. Luku 64 on jaollinen sillä luvulla, joka sillä on ykkösissä. Kuinka monella luvulla välillä 1 - 63 on sama ominaisuus, eli että ne ovat jaollisia numerolla, joka niillä on ykkösten paikalla?

Tehtävä 7

A	B	C	D
a	av	kk	ll

Herätyskello

Herätyskello jättää 4 minuuttia tunnissa. Se näytti täsmälleen oikein 3 ½ tuntia sitten. Eräs toinen kello, joka käy oikein, näyttää nyt kello 12:a. Kuinka monen minuutin kuluttua herätyskello näyttää 12:a? (Antakaa vastaus lähimmän minuutin tarkkuudella.)

Tehtävä 8

A	B	C	D
j	jt	s	ll
h	s	ko	
		kk	

Seuraava luku

Päätelkää, mitä sääntöä taulukon luvut noudattavat, ja täyttäkää taulukosta sen perusteella seuraava rivi.

13	5	3
17	6	5
21	7	0
25	8	1

2. kierros

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	s	ll
jt			
s			

Äärettömän monta desimaalia

Alla olevassa desimaaliluvussa on äärettömän monta desimaalia, jotka esiintyvät säännönmukaisesti:

0,098700987000987000098700000987 ...

Ensimmäinen yhdeksikkö on toisen desimaalin kohdalla. Minkä desimaalin kohdalla on 100. yhdeksikkö?

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	s	s	to
a		kk	
k			

Laivan uppoaminen

Suuri laiva seilaa pohjoisilla merialueilla, joilla on paljon jätää.

Myöhään eräänä iltana laiva törmää jäävuoreen. Tämän seurauksena laivaan alkaa virrata vettä. Veden virtaamisnopeus on 3,25 tonnia 12 minuutissa. Laiva on 400 km päässä maista. Kapteeni tietää, että laiva tulee uppoamaan, jos sen sisään pääsee 68 tonnia vettä. Laivan pumppu pystyy pumppaamaan ulos 12 tonnia vettä tunnissa.

Laivaan tulleen vaurion vuoksi se pystyy kulkemaan korkeintaan nopeudella 22,5 km/h. Kapteeni lähettää pelastusmiehistölle sanoman, että laiva mitä todennäköisimmin tulee uppoamaan ennen kuin se ehtii maihin asti. Jos kapteeni on oikeassa, kuinka kaukana maista laiva uppoaa?

Tehtävä 3

A	B	C	D
r	av	ko	ll
jt		s	
e			

Pyörän lukko

Pyörän lukko aukeaa nelinumeroisella koodilla, joka saadaan kääntämällä neljää pyörästä. Jokaisessa pyörästä on järjestyksessä numerot 0-9, ja numero 0 tulee numeron 9 jälkeen. Valitettavasti lukko on viallinen. Joka kerta, kun yhtä pyörästä väännetään, vääntyy myös yksi vieressä olevista pyörästä samaan suuntaan. Yhdistelmä, jolla lukko aukeaa, on 2000.

Onko lukko mahdollista saada auki yhdessä tai useammassa seuraavista lähtötilanteista?

0000 6543 1999 7777 2001 8161 8181

Tehtävä 4

A	B	C	D
r	jt	ko	g
k		s	
o			

Paperirasian tilavuus

Suorakulmion muotoisesta paperista tehtiin rasia leikkaamalla paperin kulmista pois yhtä suuret neliöt. Rasian tilavuudeksi tuli 60 cm^3 .

Rasian korkeudeksi tuli 3 cm. Mitkä seuraavista pinta-aloista ovat mahdollisia alkuperäisen paperin koolle, kun rasian kaikkien sivujen pituudet ovat kokonaislukuja?

20 cm^2 56 cm^2 65 cm^2 100 cm^2
110 cm^2 124 cm^2 128 cm^2 136 cm^2
144 cm^2 182 cm^2 200 cm^2

Tehtävä 5

A	B	C	D
a	av	ko	af
h		kk	

Lehtien haravoiminen

Anna ja Bengt haravoivat lehtiä. Anna täyttää 3 säkkiä lehdillä samassa ajassa kuin Bengt täyttää 2 säkkiä.

Hetken kuluttua Lasse tulee myös haravoimaan. Lasse täyttää 3 säkkiä lehdillä samassa ajassa kuin Anna täyttää 2 säkkiä.

Lasse työskentelee vain puolet siitä ajasta kuin toiset. Kun he saavat työnsä valmiiksi, he ovat täyttäneet yhteensä 58 säkkiä.

Bengt käyttää 6 minuuttia yhden säkin täyttämiseen. Kuinka kauan Bengt on haravoimassa?

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll
	u		

Luku 2008

Kirjoita luku 2008 kolmen neliöluvun summana.

(Neliöluvut ovat kokonaislukujen neliöt.)

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 2008$$

Tehtävä 7

A	B	C	D
k	jt	tk	g
r		s	
		ko	

Kuviot kuusikulmiossa

Säännöllisen kuusikulmion neljän sivun keskipisteet on mahdollista yhdistää suorilla mm. siten, että muodostuu suorakulmio,

puolisuunnikas tai leijan muotoinen kuvio (=Nelikulmio, jonka sivut ovat pareittain yhtä pitkät ja samanpituiset sivut kohtaavat yhdessä kulmassa. Kaksi sivua on lyhyempiä kuin toiset kaksi.)

Kahdella nelikulmioista, jotka muodostetaan tällä tavoin, on yhtä suuri pinta-ala. Millä kahdella?

Suorakulmio

Puolisuunnikas

Leija

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	jt	ko	tt

Viivakoodit

Optinen lukija pystyy lukemaan viivakoodeja, jotka muodostuvat lyhyistä ja pitkistä viivoista aina viiden viivan ryhmissä. Käytössä on kahden pituisia viivoja, lyhyitä ja pitkiä: lyhyitä on kolme ja pitkiä kaksi. Kaikki viivat ovat yhdensuuntaisia.

Kuinka moneen erilaiseen järjestykseen nämä viivat voidaan laittaa yhdessä viiden viivan ryhmässä?

Semifinaali

Tehtävä 1

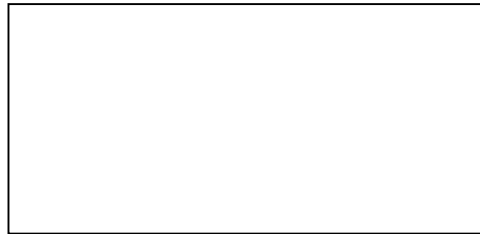
A	B	C	D
h	jt	s	ll
a			
k			

Hannan kukkapenkki

Hanna tekee suorakulmion muotoisen kukkapenkin. Hän istuttaa tulpaaneita puoleen kukkapenkin alasta. Kolmeen neljäsosaan jäljellä olevasta penkistä hän istuttaa lumikelloja.

Tämän jälkeen hän istuttaa narsisseja puoleen jäljellä olevasta penkin alasta. Lopuksi hän istuttaa pääsiäisliljoja jäljellä olevaan penkkiin.

Piirtäkää kukkapenkistä kuva ja kirjoittakaa kukkien nimet eri alueille. Kuinka monta prosenttia penkistä on pääsiäisliljoja?



Tehtävä 2

A	B	C	D
a	jt	s	tt

Erityinen kuusikulmio

Erään kuusikulmion kulmien asteluvut ovat kuusi perättäistä paritonta lukua. Kuinka monta astetta suurin kulma on?

(Vihje: Jakakaa kuusikulmio kolmioihin laskeaksenne, mikä on kuusikulmion kulmien summa.)

Tehtävä 3

A	B	C	D
a	av	s	tt

Lämmintä Honolululla

Keskilämpötila Honolululla helmikuun 21 ensimmäisen päivän aikana oli 14 astetta. Keskilämpötila oli 24 ensimmäisen päivän aikana 16 astetta.

Mikä oli keskilämpötila Honolululla 22.-24. helmikuuta?

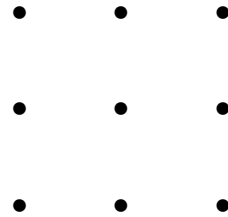
Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	s	g
k		ko	

Pistekuvio

Kuinka monta

- a) neliötä
- b) suorakulmiota
- c) suunnikasta



Oikealla olevaan pistekuvioon voidaan piirtää, jos jokaisen kärjen täytyy sijaita jossakin yhdeksästä annetusta pisteestä?

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	u	ko	ll

Luku joka kuvaa itseään

Keksikää 10-numeroinen luku, jonka ensimmäinen numero kertoo, kuinka monta nollaa luvussa on, toinen numero kertoo, kuinka monta ykköstä luvussa on, kolmas numero kertoo, kuinka monta kakkosta luvussa on ja niin edelleen, kunnes viimeinen numero kertoo, kuinka monta yhdeksikköä luvussa on

Tehtävä 6

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Turn around

Kun eräs nelinumeroinen luku kerrotaan 9:llä, saadaan luku, jossa on täsmälleen samat numerot kuin alkuperäisessä luvussa, mutta järjestyks on päinvastainen. Mistä luvusta on kyse?

Tehtävä 7

A	B	C	D
h	s	s	ll
a			

Ohitus

Ohitustilanteessa eräs autoilija nostaa nopeuttaan 20 % :lla. Ohituksen jälkeen hän laskee nopeuttaan 20 % :lla.

Onko ohituksen jälkeinen nopeus suurempi, pienempi vai sama kuin ennen ohitusta? Jos nopeus on muuttunut, niin kuinka monta prosenttia?

Tehtävä 8

A	B	C	D
h	av	kk	tt

Kolikoiden lajittelu sokkona

Pöydällä on kasa kolikoita. Ette tiedä, kuinka paljon kolikoita on, mutta niitä on aivan varmasti yli 10. 10 kolikkoa on kruunapuoli ylöspäin, loppuissa näkyvä klaavapuoli.

Teidän on silmät sidottuina jaettava kolikot kahteen kasaan siten, että molemmissa kasoissa on yhtä monta sellaista kolikkoa, joissa on kruunapuoli ylhäällä.

Kolikoita on lupa kääntää. Molemmissa kasoissa ei tarvitse olla yhtä monta kolikkoa. Kolikoiden eri puolia ei pysty saamaan selville tunnustelemalla tai muulla tavoin.

Kansallinen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	o	af
kk			
ko			

Syntymäpäivällinen

Ystäväporukka oli ulkona syömässä ja sai 288 euron laskun. Ystävykset huomasivat, että kahdella heistä oli syntymäpäivä siinä kuussa, ja päättivät, että syntymäpäivälahjaksi näiden kahden ei tarvitsisi maksaa mitään.

Kun he jakoivat laskun, tulokseksi tuli, että kaikkien muiden ystävysten piti maksaa 4,8 € enemmän kuin mitä he olisivat maksaneet, jos kaikki ystävykset olisivat osallistuneet laskun maksamiseen.

Kuinka monta ystävästä oli ulkona syömässä (mukaan luettuna ne kaksi, joilla oli kyseisessä kuussa syntymäpäivä)?

Tehtävä 2

A	B	C	D
h	jt	ko	af

Kädenpuristusongelma

Herra ja rouva Olsson olivat kutsuneet neljä muuta avioparia kylään. Tapaamisen aluksi vaihdettiin useita kädenpuristuksia, mutta yksikään vieras ei tervehtinyt omaa puolisoaan. Tapaamisen aikana herra Olsson kysyi kaikilta seuralaisiltaan, kuinka montaa eri henkilöä he olivat tervehtineet kädestä. Yllätyksekseen hän huomasi, että kaikki vastaukset olivat eri lukuja.

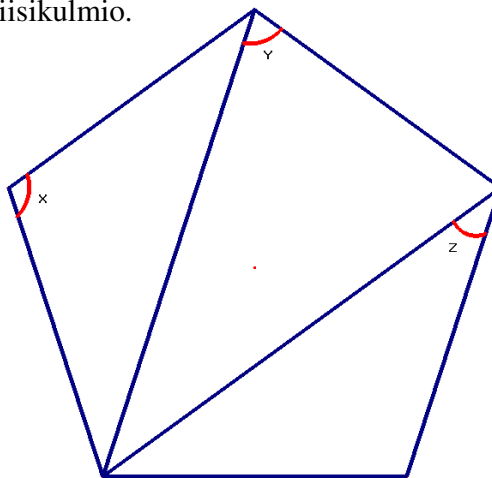
Kuinka montaa henkilöä herra Olsson itse oli tervehtinyt kädestä?

Tehtävä 3

A	B	C	D
k	s	s	g
a			
j			

Viisikulmio

Kuvassa näkyy säännöllinen viisikulmio. Määritä kulmien x , y ja z suuruudet.



Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	ko	ll

Lasten iät

Nainen kysyi mieheltä: ”Kuinka vanhoja kolme lastasi ovat?”

”Heidän ikiensä tulo on 72 ja heidän ikiensä summa on sama kuin taloni numero”, mies vastasi.

Nainen katsoi talon numeroa ja totesi: ”Et ole vielä kertonut minulle tarpeeksi, jotta voisin ratkaista ongelman.”

”Nuorin pitää vaniljajäätelöstä”, mies lisäsi.

”Nyt tiedän vastauksen”, nainen sanoi.

Kuinka vanhoja kolme lasta olivat?

Perustelkaa ja selittäkää vastauksenne.

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	jt	s	tt
a		ko	

Oikeudenmukainen peli?

Teillä on 10 korttia, joissa on luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10.

Kuvitelkaa, että kaksi pelaajaa, A ja B, pelaavat seuraavanlaista peliä: Molemmat pelaajat nostavat yhden kortin. Jos korttien lukujen summa on parillinen luku, pelaaja A voittaa, ja jos summa on pariton luku, pelaaja B voittaa.

Onko kannattavampaa olla pelaaja A vai pelaaja B, vai onko sillä mitään väliä?

Pohjoismainen loppukilpailu

Tehtävä 1

A	B	C	D
h	av	o	ll
a		kk	

Viisi hyvää ystävystä

Anne, Bengt, Cecilie, Dina ja Erik ovat viisi hyvää ystävystä. Jos valitsemme ystävyksistä neljä ja laskemme yhteen heidän ikänsä, saamme vastaukseksi 55, 56, 61, 63 ja 65.

Kuinka vanha on nuorin ystävyksistä?

Selittäkää, miten päättelitte vastauksen.

Tehtävä 2

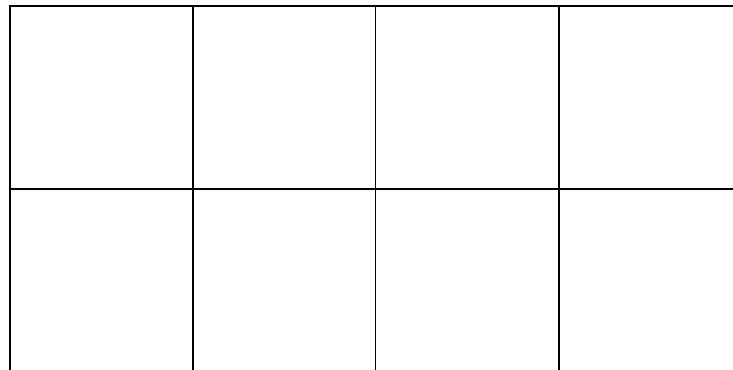
A	B	C	D
h	s	ko	g
k			

Geometriset kuviot

Saatte palapelin paloja, jotka vastaavat alla olevan suorakulmion muodostavia kolmioita ja neliöitä.. Käyttäkää kaikkia saamiinne 12 palaa ja yhdistäkää ne toisiinsa

- neliöksi
- suunnikkaaksi (joka ei ole suorakulmio)
- puolisuunnikkaaksi, joka on symmetrinen lävistäjän suhteen
- suorakulmaiseksi ja tasakylkiseksi kolmioksi

Tehkää piirros jokaisesta muodostamastanne kuviosta.



Tehtävä 3

A	B	C	D
h	s	ko	g
		s	

Kuviot tikuista

Saatte 12 tikkua. Tikun pituus on yksi pituusyksikkö.

Käyttäkää kaikkia tikkuja jokaiseen kuvioon ja muodostakaa kuviot, joiden pinta-alat ovat 9, 8, 7, 6, 5, 4 ja 3. Tikut eivät saa olla kuvion sisällä ja kuvion tulee olla yhtenäinen.

Tehkää piirros kaikista ratkaisuisiistanne.

Tehtävä 4

A	B	C	D
h	jt	tk	tt
	s	ko	

Oikeudenmukainen peli

Määritelmä: Peliä sanotaan *oikeudenmukaiseksi*, jos jokaisella pelaajalla on yhtä suuri mahdollisuus voittaa.

Miittikää seuraavia pelejä:

1. peli: Pelin pelaamiseen tarvitaan kaksi pelaajaa. Toista kutsutaan nimellä Even ja toista nimellä Odd. Kumpikin pelaaja valitsee itselleen yhden luvuista 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 tai 9 ja kirjoittaa sen lapulle näyttämättä sitä toiselle pelaajalle.

Tämän jälkeen molemmat pelaajat näyttävät lukunsa. Jos lukujen summa on parillinen, Even voittaa, jos summa on pariton, Odd voittaa. Onko peli oikeudenmukainen? Perustelkaa!

2. peli: Tällä kertaa luku 0 ei ole mukana. Eli Even ja Odd valitsevat lukunsa lukujen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 joukosta. Muuten säännöt ovat samat kuin 1. versiossa.

Onko tämä oikeudenmukainen peli? Perustelkaa!

Tehtävä 5

A	B	C	D
h	av	t	af

Peli

Alla on peli. Teidän tehtävänänne on keksiä siihen voittostrategia. Eli teidän täytyy päätellä

- kannattaako pelissä olla aloittajana vai pelaajana numero kaksi
- miten peliä täytyy pelata, jotta voi varmistaa voiton.

Oikealla näette pelilaudan. Pelaajat siirtävät pelinappulaa laudalla seuraavien sääntöjen mukaisesti.

- Pelaaja A asettaa yhden nappulan yhteen ylimmän rivin tyhjästä ruuduista.
- Pelaaja B siirtää samaa nappulaa joko yhden ruudun oikealle, yhden ruudun vasemmalle tai yhden ruudun suoraan alaspäin. Pelaajat eivät saa siirtää nappulaa vinottain tai ylöspäin.
- Pelaajat siirtävät nappulaa tällä tavoin vuorotellen.
- Pelaaja ei saa siirtää nappulaa takaisin siihen ruutuun, jossa se oli viimeksi.
- Se pelaaja, joka ensimmäiseksi onnistuu siirtämään nappulan maalialueelle, on pelin voittaja.

MAALIALUE				