# Lösningar

Riktgivande poänggivning:

- Riktigt svar : 5 p
- Fel svar: 0 p
- Ibland har 1 p getts för blankt svar eller 2p/3p för ett delvis korrekt svar.

# 2004

## Inledande omgång 1

***Uppgift 1*** **Det finns 8 möjligheter**:
6507, 5607, 6057, 5067,
6705, 7605, 6075, 7065

***Uppgift 2*** Det är två halvcirklar med centrum i H respektive I. De här är tillsammans 360 m. Bågen BD är en sjättedel av en cirkel med samma radie som de två halvcirklarna, alltså 60 m. Bågen GF är en sjättedel av en cirkel med tre gånger så stor radie som de andra, alltså 180 m.
Hela banan är 360m + 60m + 180m = **600m.**

***Uppgift 3***

| | quarters | dimes | nickels |
|---|---|---|---|
| Mitch | 1 | 2 | 11 |
| Rebecca | 2 | 4 | 2 |
| Eric | 3 | 2 | 1 |
| Jenny | 4 | 0 | 0 |

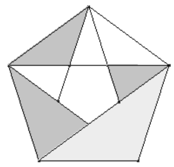
**De hade 32 mynt tillsammans**.

***Uppgift 4*** De 6 pojkarna är 1 – 1/3 – 1/4 - 1/6 = 1/4 av gästerna. Alltså är det 6·4=**24 gäster**.

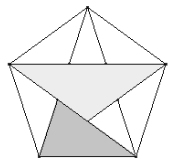
***Uppgift 5*** Hon använder 55 blå och röda pärlor tillsammans. Mönsterenheten är:
R-V-R-R-B-B
Det betyder att hon använder tre röda och två blå för varje vit. I 10 mönsterenheter använder hon 50 röda och blå. På varje sida kan hon dessutom få plats med några röda och blå, så att:
R-R-B-B- XXXXXXXXXXXX-R
Alltså 50 + 5 = **55 röda och blå pärlor tillsammans**.

***Uppgift 6*** Den stora pizzan kostar:
5,85 € : ($\pi \cdot 15^2$ cm$^2$) = 0,00828 €/cm$^2$
Den lilla pizzan kostar
5 € : ($\pi \cdot 12{,}5^2$ cm$^2$) = 0,01019 €/cm$^2$
Rabatten i procent:
( (0,01019 €/cm$^2$ - 0,00828 €/cm$^2$ ) · 100%) / 0,01019 €/cm$^2$ = 18,8% ≈ **19%**

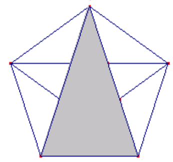
***Uppgift 7*** **Det finns totalt 35 trianglar**.



5 typer av varje triangel ger 4 · 5 = 20 trianglar.

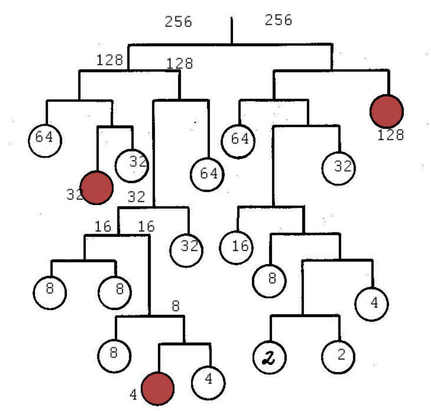


Dessutom 5 typer av de här trianglarna: 2 · 5 = 10 trianglar.



Och slutligen 5 av dessa trianglar.

***Uppgift 8*** Om vi räknar uppåt och använder oss av jämviktsprincipen, får vi att den färgade kulan till höger väger 128. Alla bollarna på högrra sidan av vågen väger då totalt 256 . Nu kallar vi den nedersta färgade bollen till vänster för x, och får att den färgade bollen överst till vänster väger 8x. Hela den vänstra sidan väger 64x, som är lika med den högra sidan. Det ger att x=4 och summan av de röda bollarna är 4+32+128=164



## Inledande omgång 2

***Uppgift 1***

**Lena har 40 bollar** (och Hans har 24 bollar). Då har bägge 32 bollar om Lena ger 8 av sina åt Hans. Om Hans ger 8 av sina åt Lena, har han 16 och hon 48 (=3·16) .
Om Lena har L bollar och hans har H, är H+8=L-8 och L+8 = 3 (H-8).
Från den första ekvationen, får vi:
H – 8 = L – 24 som insatt i den senare ekvationen ger: L + 8 = 3 (L – 24) = 3L – 72. Eller: 2L = 80 →L = 40.

***Uppgift 2***

1. **Anna – 48 minuter**
2. **Cecilia – 50 minuter**
3. **Berit – 60 minuter**

BF = 2km och EF = 8 km. Då är CB = 8km och CE = 4 km. AB = 2 · CE = 4 km. AD = 3/2 AB = 6 km. AC = CB = 8 km. CD = 10 km.

Annas rutt är 10 km + 6 km + 8 km = 24 km. Tiden hon använder är 24 km / 30 km/h = 4/5 · 60 min **= 48 min**

Berits rutt är 8 km + 4 km + 8 km = 20 km. Tiden hon använder är 20 km / 20 km/h = 1 h = **60 min**

Cecilias rutt är 2 km + 8 km + 2 km + 8 km = 20 km. Tiden hon använder är 20 km / 24 km/h = 5/6 · 60 min = **50 min**

***Uppgift 3***

**Sannolikheten är 25% .**
Buntarna består av de här kombinationerna av pinnar:
1cm – 1cm – 10cm
1cm – 2 cm – 9cm
1cm – 3cm – 8cm
1cm – 4cm – 7cm
1cm – 5cm – 6cm
2cm – 2cm – 8cm
2cm – 3cm – 7cm
2cm – 4cm – 6cm
**2cm – 5cm – 5cm**
3cm – 3cm – 6cm
**3cm – 4cm – 5cm**
**4cm – 4cm – 4cm**

3 av 12 buntar innehåller pinnar som kan bilda en triangel. Det betyder att sannolikheten för att dra en sådan bunt är 3/12=1/4=25% (summan av de två kortaste pinnarna måste vara större än den längsta pinnen).

***Uppgift 4***

**15 cm**
Lösningen fås t.ex. genom att man drar normaler från hörnen i sexhörningen till sidan i triangeln. Då får vi två små rätvinkliga trianglar på varje sida om rektangeln. De här trianglarna kan sättas ihop till en liksidig triangel med sidorna (10/2) cm= 5 cm. Följaktligen är sidan i triangeln 10 cm +5 cm =15 cm.

***Uppgift 5***

**Det var 160 elever.**
De 15 som köpte bananer, utgjorde 1/4 av 3/4 , alltså 3/16 av hälften av eleverna. Då var det totalt
2 · ((15 · 16) / 3) = 160 elever
som åt lunch på cafeterian.

***Uppgift 6***

**Det blir 16 öppna områden.**
Om vi tänker oss att vi har en cirkel och drar en tangent, då får vi två ny öppna områden. Med *n* tangenter blir det 2*n* öppna områden.

***Uppgift 7***

**Vackra Violet har 11 livvakter och Fancy Fia har 7.**
I början har Vackra Violet 2 livvakter mer än Fancy Fia. För att de skall ha mindre än 30 livvakter tillsammans, måste Fancy Fia ha mindre än 14 livvakter. Nu har Vackra Violet 4 livvakter mer än Fancy Fia, eftersom Fia har 1 mindre och Violet 1 mer än i början.
Vi måste leta efter två primtal mindre än 13 med differens 4. Aktuella primtal är: 2, 3, 5, 7, 11 och 13.
Det är bara 7 och 11 som är möjliga. 13 och 17 har också differens 4, men summan är 30, så det passar inte med kraven.

***Uppgift 8***

**Klockan var 21:39**
Av 2 ser vi att minuttalet måste vara:
00 11 42 24 eller 39.

Då måste timtalet vara:
60 49 36 18 eller 21.

Men av dessa är bara 18:24 och 21:39 verkliga klockslag. Eftersom 3+9=12, som är det ”omvända” av 21, är 21:39 det riktiga klockslaget.

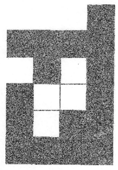
## Semifinal

***Uppgift 1***

a) De små trianglarna har arean 1/2. Kvadraten och den mellanstora triangeln har arean 1 och de två stora trianglarna har arean 2.

b) Det finns **4 olika sätt** att göra trianglar med arean 2 (om vi räknar stortriangeln med arean 2 som ett sätt). De andra är 2 små trianglar + kvadraten, 2 små trianglar + parallellogram, 2 små trianglar + en mellanstor triangel.

***Uppgift 2***



***Uppgift 3***

a)

| | |
|---|---|
| 4 @1 | 4 |
| 4 @ 2 | 11 |
| 4 @ 3 | 18 |
| 4 @ 4 | 25 |
| 4 @ 5 | 32 |
| 4 @ 6 | 39 |
| 4 @ 7 | 46 |
| 4 @ 8 | 53 |
| 4 @ 9 | 60 |
| 4 @ 10 | 67 |

b) Regel:
$4 @ n = 4 \cdot n + 3 \cdot (n-1)$
$4 @ 20 = 4 \cdot 20 + 3 \cdot 19 = 80 + 57 = 137$

c) Regel:
$7 @ n = 7 \cdot n + 6 \cdot (n-1)$
$7 @ 8 = 7 \cdot 8 + 6 \cdot 7 = 98$

Generellt:
$\mathbf{m @ n = m \cdot n + (m-1) \cdot (n-1)}$

***Uppgift 4***

**Petter-Anna-Johan-Erik-Kristine-Hans-Maria**

***Uppgift 5***

Det är **16 olika lösningar** när vi inte godtar 0 som första siffra.
För att beräkningen ONE +ONE = TWO skall vara riktig utan att något av talen är tvåsiffriga, måste O≠0 vara ett jämnt tal som är mindre än 5. Det betyder att vi har två möjligheter för O: O=2 eller O=4.

Alternativ 1: O=2. Då måste E=1 eller E=6. Systematisk prövning ger följande lösningar:

231+231=432
271+271=542
281+281=562
291+291 = 582
206 +206 =412
216+216=432
236+236=472
286+286=572

Alternativ 2: O=4. Då måste E=2 eller E=7. Systematiks prövning ger följande lösningar:

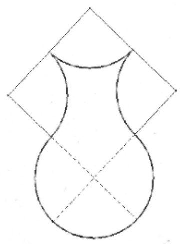
432+432=864
452+452=904
482+482=964
407+407=814
417+417=834
427+427=854
457+457=914
467+467=934

Kommentar: Olika poäng ges beroende på om eleverna har upptäckt att sista siffran i ONE kan vara större än 5 eller inte.

***Uppgift 6***

**1-c, 2-e, 3-g, 4-d, 5-a, 6-f, 7-b**

***Uppgift 7***



***Uppgift 8***

De möjliga fördelningarna av mynten är visade i tabellen nedan.

| Märkt | Möjligt innehåll | |
|---|---|---|
| 2 | En 1-€ och en 50-cent | Två 50-centar |
| 1, 50 | Två 1-€ | Två 50-centar |
| 1 | Två 1-€ | En 1-€ och en 50-cent |

a) Oavsett vilket burk som öppnas är det möjligt att bestämma innehållet i de andra burkarna:

1) Ni öppnade burken som är märkt 2 €. Om ni hittar en euro och en 50-cent, vet ni att den kombinationen inte kan ligga i burken märkt 1 €. Då måste den burken innehålla två 1-€. Det betyder att burken märkt 1,50 € måste innehålla två 50-centar. Om ni hittar två 50-centar måste burken som är märkt 1, 50 € innehålla två 1-€ och burken märkt 1 € innehålla en 1-€ och en 50-cent.

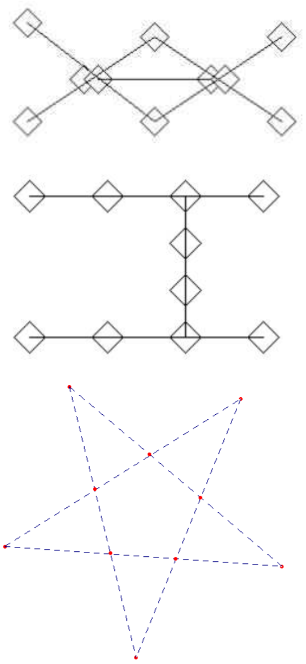
2) Ni öppnar burken som är märkt 1, 50 €. Om ni hittar två 1-€, måste burken som är märkt 1 € innehålla en 1-€ och en 50-cent, medan burken som är märkt 2 € innehåller två 50-centar. Om ni hittar två 50-centar, måste burken som är märkt 2 € innehålla en 1-€ och en 50-cent och burken märkt 1 € innehålla två 1-€.

3) Motsvarande.

b) För att klara av detta måste ni välja att öppna den burken som är märkt 1, 50 €, eftersom den måste vara lika som två mynt. Om ni hittar en 1-€ innehåller den två 1-€ och om ni hittar en 50-cent innehåller den två 50-centar. De andra burkarnas innehåll hittar ni genom att argumentera som i a) 2.

## Nationell final

***Uppgift 1***



***Uppgift 2***

| Flytt nr: | Från plats nr | Till plats nr |
|---|---|---|
| **1** | 4 | 1 |
| **2** | 6 | 9 |
| **3** | 8 | 3 |
| **4** | 2 | 5 |
| **5** | 7 | 10 |

***Uppgift 3*** **a – d – g – h – f – b – e – c**

***Uppgift 4***

Låt talföljden vara: a c d e f g

Ledtråd 1 ger: $f = 4c = 8a$
Ledtråd 2 ger: $c = b + 1$ och
$d = c + 1 = b + 2$
Om vi sätter in $c = b + 1$ i ledtråd 1, får vi:
$4b + 4 = 8a$ eller $b = 2a – 1$
Då är : $c = 2a$
$d = 2a + 1$
Ledtråd 3 ger: $e = c + d = 4a + 1$
Ledtråd 4 ger: $a + b + c + d + e + f = 20$

$a + (2a – 1) + 2a + (2a + 1) + (4a + 1) + 8a = 20$
$19a + 1 = 20 \rightarrow a = 1$
**Då är talföljden: 1 1 2 3 5 8**

Detta är Fibonaccitalen, och det sjunde talet är 5 + 8 = 13.
Det stämmer också med de extra upplysningarna.

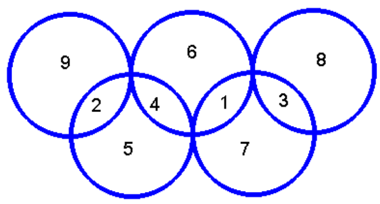
***Uppgift 5***

2 4 + 6 9 = 9 3
3 8 – 1 3 = 2 5
1 2 · 1 5 = 1 8 0
7 8 : 1 3 = 6
5 7 + 4 6 = 1 0 3

***Kommentar*** **Uppgift 5**: Alla riktiga beräkningar ger poäng.

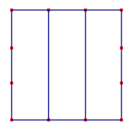
## Nordisk final

***Uppgift 1***

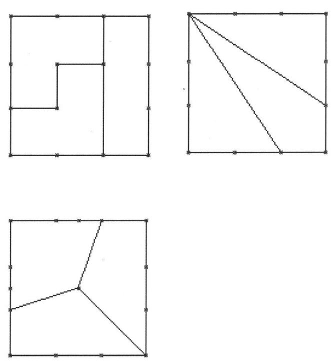



***Uppgift 2***

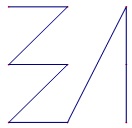
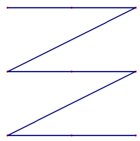
a)



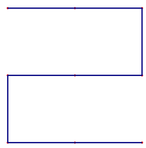
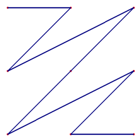
b)



**Uppgift 3**

$5+2\sqrt{2}+\sqrt{3}\approx 9.56$ $6+2\sqrt{3}\approx 9.46$

8 $2+4\sqrt{2}+2\sqrt{3}\approx 11.12$

**Uppgift 4**

| Cykel | Trehjuling | Vagn |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 2 |
| 5 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 1 |
| 4 | 3 | 0 |
| 1 | 5 | 0 |

# 2005

## Inledande omgång 1

**Uppgift 1** Man måste springa fortare än **1t 50min 0s.** Summan av tiderna är 7t 20min 0s = 440min, som ger 88 min i medeltal. Tilläggstid på 25 % ger 110min som är 1t och 50min.

**Uppgift 2** De två lösningarna:
**2 undulater och 5 marsvin**
**7 undulater och 2 marsvin**

**Uppgift 3** Den största produkten är 3·3·3·3=**81.**

**Uppgift 4** **7 hexagondjur.**

**Uppgift 5** Om Kalle får 1 med tomat och 2 med ost, så får Per 1 med ost och Anders 3 med tomat. Då finns det 4 semlor med varje pålägg, så Anders får 1 med ost, Per får 3 med skinka och **Kalle får 1 semla med skinka.**

**Uppgift 6** **113 och 131**

**Uppgift 7** **50 flickor**

**Uppgift 8** 10+6+3+1=**20 sätt** att dela 7 chokladstänger.

**Kommentar** **Uppgift 2**: Denna uppgift har två möjliga lösningar och bägge lösningarna ska vara med för att få 5 poäng. Bara ett riktigt svar ger 3 poäng. Ett riktigt svar och ett felaktigt svar ger 2 p.

**Uppgift 3:** Om man hittar den största möjliga produkten får man 5 p, näst största produkten ger 3 poäng och den tredje största ger 2 poäng. Övriga svar 0 poäng.

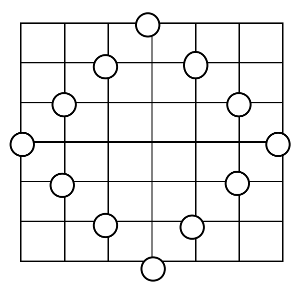
## Inledande omgång 2

**Uppgift 1** Talföljden är:
4, 317, 12, **4**, 317, 12, 4, 317, 12, 4, 317, **12**

**Uppgift 2** **Arean av kvadraten är 175 cm$^2$.**
I de tre rektanglarna är kortsidorna hälften av långsidorna. Vi sätter längden av kortsidan till x.
Då är sidan i den stora rektangeln 3x och 2x. Vi kan skriva ett uttryck för area och omkrets.
Area: 2x·3x = 168 som ger 6x$^2$ =168 eller x$^2$=168/6 = 28
Omkrets: 2x +3x +2x +3x =10x
Sätt sidan i kvadraten till s. Då är arean och omkretsen s$^2$ och 4s. Omkretsarna är samma, vilket betyder att:
4s=10x som ger s=5/2 x
Kvadratens area är A=s$^2$=(5/2x)$^2$ = 25/4· 28=175.

**Uppgift 3** **40%**
För varje punkt kan man göra 10 olika trekanter där 3 är likbenta och 1 är liksidig.

**Uppgift 4** Största antalet kryss (13 st) fångas om man placerar brickorna i en kvadrat med sidorna i 45° med rutorna.



***Uppgift 5***

**d) Alla tre alternativ är lika sannolika.**
Med tre tärningar får man följande kastserie:

| Tärning | | | Summa | Rest vid division med 3 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | | |
| 1 | 1 | 1 | 3 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 4 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 4 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 4 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 5 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 5 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 5 | 1 |
| 1 | 1 | 3 | 5 | 1 |
| 1 | 3 | 1 | 5 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 5 | 1 |
| 3 | 2 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 3 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 1 | 3 | 6 | 0 |

Osv.

| Summa | Antal sätt |
|---|---|
| 3 | 1 |
| 4 | 3 |
| 5 | 6 |
| 6 | 10 |
| 7 | 15 |
| 8 | 21 |
| 9 | 25 |
| 10 | 27 |
| 11 | 27 |
| 12 | 25 |
| 13 | 21 |
| 14 | 15 |
| 15 | 10 |
| 16 | 6 |
| 17 | 3 |
| 18 | 1 |

Vi får 0 till rest när summan är 3, 6, 9, 12, 15 och 18, dvs 72 gånger.
Vi får 1 till rest när summan är 4, 7, 10, 13 och 16, dvs 72 gånger.
Vi får 2 till rest när summan är 5, 8, 11, 14 och 17, dvs 72 gånger.

***Uppgift 6***

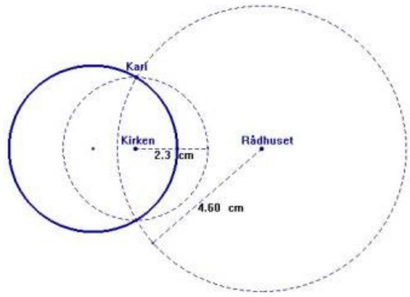
**b) Fyra gånger**

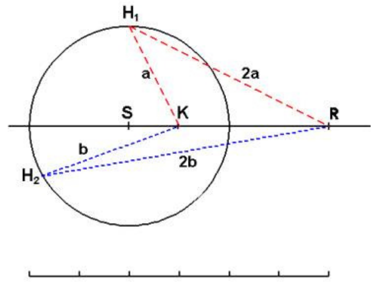
| Antal press-ningar | Bråkdel som blir utpressad | Bråkdel som är kvar | Totalt utpressad juice |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/4 | 3/4 | 1/4 |
| 2 | 1/4 · 3/4 = 3/16 | 3/4 - 3/16 = 9/16 | 1/4 + 3/16 = 7/16 |
| 3 | 1/4 · 9/16 = 9/64 | 9/16 – 9/64 = 27/64 | 7/16 + 9/64 = 37/64 |
| 4 | 1/4 · 27/64 = 27/265 | 27/64 – 27/265 = 81/265 | 37/64 + 27/265 = 175/265 |

Eftersom 37/64 är mindre än 2/3, och 175/265 är större än 2/3, är fyra det minsta antal gånger man måste pressa morötterna.

***Uppgift 7***

**Alternativ d)**




***Uppgift 8***

a) **585**
b) tre tal: **585, 52225 och 25252.**

Primtalsfaktoriseringen av 200 är 200 = 2·2·2·5·5

Då gör vi palindromtalen:
585, 25252, 52225, 1522251, 5122215 5212125

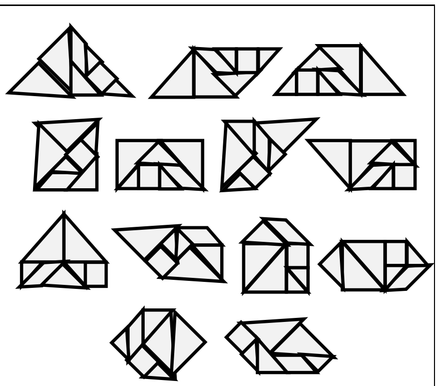
Genom att sätta in ytterligare två ettor kan vi få ännu fler, och oändligt många genom att sätta in fler ettor
Bland de sex minsta talen är fyra av dem delbart med 3, men bara 585 är mindre än 100 000.

***Kommentar***

**Uppgift 7:** Alternativ a) ger 1p (den lättaste punkten)
Alternativ b) ger 2p (då tänker man att huset kan ligge antingen mellan kyrken och rådhuset (förhållandet mellam avstånden är 1:2) eller bort från kyrkan, så att kyrkan ligger på mittpunkten mellan Karis hus och rådhuset.

## Semifinal

***Uppgift 1***

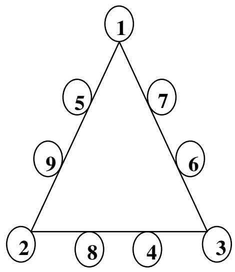


***Uppgift 2***

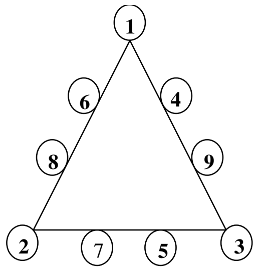
De sex mynten kan placeras på
6·5·4·3·2=**720 olika sätt**.
50-öringarna på var sida kan väljas på
3 · 2 = 6 olika sätt och de resterande mynten kan placeras på 4 · 3 · 2 = 24 olika sätt. Sannolikheten för att 50-öringearna på var sida är då:
6 · 24/720 = 1/5 eller 3/6 · 2/5 = 1/5.

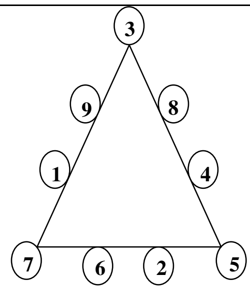
***Uppgift 3***

**a)**

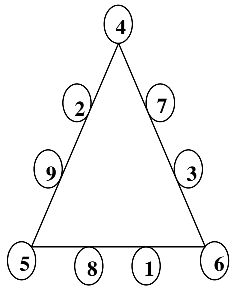


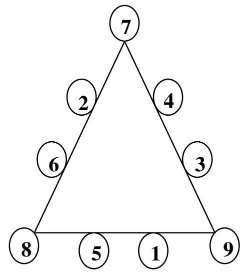

Magisk summa = 17



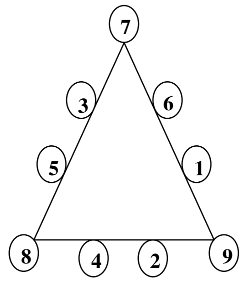




Magisk summa = 20




Magisk summa = 23

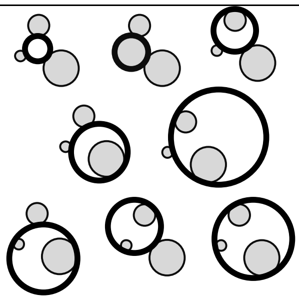



**b)** Minsta summa är 17 och största är 23.

***Uppgift 4***

**Koden är 7652387**
Eftersom de tre första siffrorna ha summan 18 måste det mittersta talet vara 18/3= 6. Därmed är de tre första siffrorna 765.
Man kan också kontrollera att produkten är 210. Ensiffriga primtal är 2,3,5 och 7. Eftersom produkten av de fyra siffrorna är 336 kan inte 5 vara bland dem Alltså måste primtalen vara 2, 3 och 7. Produkten av dessa är 42. Då måste den sista siffran vara 336/42=8. Det betyder att de fyra sista siffrorna är 2387

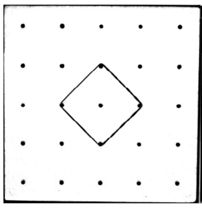
***Uppgift 5***



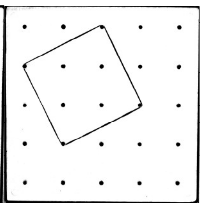
***Uppgift 6*** **Talen är 16, 34, 52 och 70.**

| x<100 och x+2 delbar med 6 | Siffer-summan | Siffer-summan delbar med 7 |
|---|---|---|
| 4 | 4 | |
| 10 | 1 | |
| 16 | 7 | Ja |
| 22 | 4 | |
| 28 | 10 | |
| 34 | 7 | Ja |
| 40 | 4 | |
| 46 | 10 | |
| 52 | 7 | Ja |
| 58 | 13 | |
| 64 | 10 | |
| 70 | 7 | Ja |
| 76 | 13 | |
| 82 | 10 | |
| 88 | 16 | |
| 94 | 13 | |

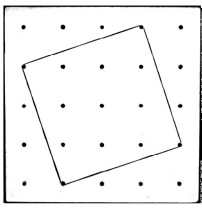
***Uppgift 7***



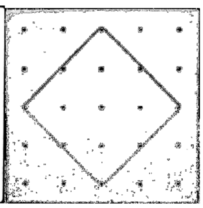
Arean=2



Arean=5



Arean=8



Arean=10

## Nationell final

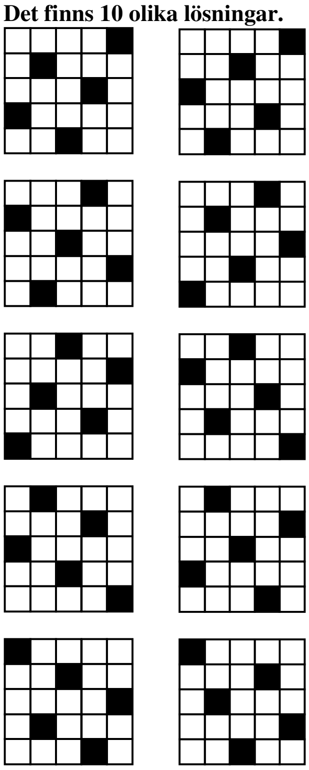
***Uppgift 1***

Alla tal kan skrivas som en summma av tvåpotenser. Talen mindre än 31 kan skrivas som en kombination av 1, 2, 4, 8 och 16, men alla används inte alla gångerna (bara när det gäller talet 31)

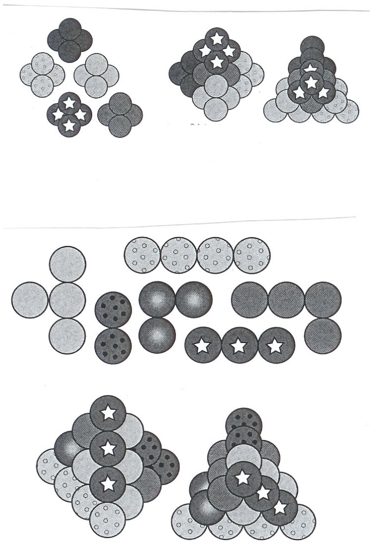
På varje talkort finns talen som måste ha med det första talet på kortet i ”sin summa”. Om vi till exempel ser på kort A märker vi att alla udda tal är med. Det är därför att 1 måste vara med i summan för att svaret ska bli udda när alla de andra talen är jämna. På kort E finner vi alla tal större än 16 eftersom16 måste vara med för att skriva talen större än 16 (1+2+4+8=15)
31 äe med på alla korten eftersom 1+2+4+8+16 =31. Till exempel 9 är med på A och D eftersom 9=1+8

***Uppgift 2***

**Det finns 10 olika lösningar.**



***Uppgift 3***

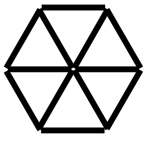


***Uppgift 4***

De tre männen kallas M1. M2 och M3och de tre damerna D1, D2 respektive D3.

| **Tur -nr:** | **Älv-kant 1** | **I båten** | **Älv-kant 2** |
|---|---|---|---|
| 1 | M2, M3, D2, D3 | M1, D1 | |
| 2 | M2, M3, D2, D3 | M1 | D1 |
| 3 | M1, M2, M3 | D2, D3 | D1 |
| 4 | M1, M2, M3 | D1 | D2, D3 |
| 5 | M2, M3 | M1, D1 | D2, D3 |
| 6 | M2, M3 | M1 | D1, D2, D3 |
| 7 | M3 | M1, M2 | D1, D2, D3 |
| 8 | M3 | D3 | M1, M2, D1, D2 |
| 9 | | M3, D3 | M1, M2, D1, D2 |
| | | | M1, M2, M3, D1, D2, D3 |

***Uppgift 5***



## Nordisk final

***Uppgift 2***

| Bottensidans tal | | | Sidoytans tal | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 3 | 7 | 9 | 4 |
| 1 | 2 | 7 | 3 | 9 | 8 |
| 1 | 4 | 5 | 5 | 9 | 6 |

***Uppgift 3***

Kroppen består av två triangelpyramider, vars botten är samma liksidiga triangel. Pyramiderna är rätvinkliga och likbenta och deras hypotenusor är bottentriangelns sidor. Kroppen har sex sidoytor.

Uttrycket för arean: Fyra sidoytor bildar en kvadrat med sidan *s* om de sätts ihop. Då är dubbeltetraederns area $1{,}5s^2$.

***Uppgift 4***

| Elev 1 | Elev 2 |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 9 | 8 |
| 3 | 4 |
| 8 | 7 |

Förklarning av talparen (2,3) ja (3,4):
Lösning a): Om elev 1 har fått talet 2, vet han att elev 2 har fått talet 1 eller 3. Eftersom elev 2 inte vet vilket tal elev 1 har fått, kan elev 2 inte ha fåt talet 1.
Av detta följer att elev 2 har fått talet 3.

Lösning b): Om elev 1 har fått talet 3 och säger att han inte vet vilket tal den andra eleven har fått, kan elev 1 inte ha fått talet 1 eller 10.
Om elev 2skulle ha fått talet 2, skulle han veta att elev 1 hade fått talet 3. Av detta följer att elev 2 har fått talet 4.

***Uppgift 5***

m= mamma, p=pappa, s=sonen d=dotter

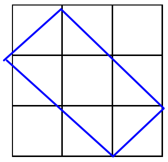
| **Ingången** | **I tunneln** | **Utgången** | **Använd tid** |
|---|---|---|---|
| m, p, s, d | - | - | - |
| s, d | m, p | - | 2 min |
| s, d | m | p | 2 min |
| m | s, d | p | 5 min |
| m | p | s, dt | 1 min |
| - | m, p | s, d | 2 min |
| - | - | m, p, s, d | - |
| | | | **12 min** |

# 2006

## Inledande omgång 1

**Uppgift 1**

**c) 4/9**
Hela rektangelns area: $3b\cdot 3b = 9b^2$
Kvadratens arer: $9b^2 - 2\, b\cdot b/2 - 2\, a\cdot a/2 =$
$9b^2 - b^2 - 2\cdot 2b\cdot 2b/2 = 4b^2$
Kvadratens del av rektangelns area:
$4b^2 / 9b^2 = 4/9$.



**Uppgift 2**

Anna: basket, golf
Eva: fotboll, handboll
Hans: slalom, tennis

**Uppgift 3**

Peter hade köpt för exakt 1/4 av det han hade kvar.
Det betyder att 100 € består av 5 delar.
Han hade alltså 80 € kvar.

**Uppgift 4**

53-3=50  50/2 = 25  Roten ur 25 är 5
Kontroll $5\cdot 5 = 25$, $25\cdot 2+3=53$

**Uppgift 5**

Antalet apelsiner är lager för lager enligt nedan:
$5\cdot 8 + 4\cdot 7 + 3\cdot 6 + 2\cdot 5 + 1\cdot 4$ = **100 apelsiner**

**Uppgift 6**

Talet är **2 3 4 2 1 3 1 4** eller tvärtom **4 1 3 1 2 4 3 2**

**Uppgift 7**

Markeringarna ska vara på **1, 2, 3 och 8 enheter.**

**Uppgift 8**

Arean är $2\cdot 2 - \pi =$ **$0{,}86$ cm²**

## Inledande omgång 2

**Uppgift 1**

Lägg märke till att i de olika kolumnerna är tal som ger olika rest när man dividerar med 8. Talen i de olika kolumnerna är på formen:

A: 9+8k
B: 2+8k och 8k
C: 3+4k
D: 4+8K och 6+8k
E: 5+8k
k= 0, 1, 2, …

a) **B**, eftersom $1000 = 8\cdot 125$
b) **D**, eftersom $2398 = 6 + 8\cdot 299$

**Uppgift 2**

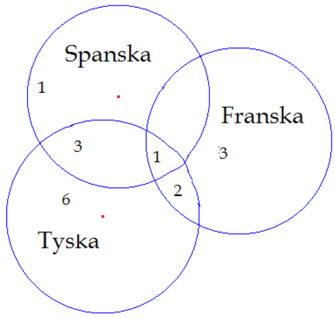
Exempel på lösningar

$$\frac{2697}{13485}, \frac{2937}{14685}, \frac{2967}{14835}, \frac{3297}{16485}, \frac{3729}{18645}, \frac{3847}{19235}$$

$$\frac{6297}{31485}, \frac{7629}{38145}, \frac{9237}{46185}, \frac{9627}{48135}, \frac{9723}{48615}$$

**Uppgift 3**

Med hjälp av ett bolldiagram får vi:




Ovan ser man att det är **16 personer som valt språk och 4 st som inte valt språk.**

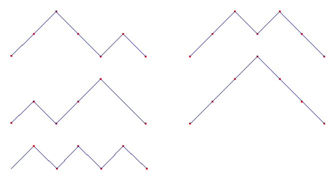
**Uppgift 4**

**12 km**
Låt x vara antalet km Per går på söndagen.
Då går han:
Söndag: x
Måndag: x+1
Tisdag: x+2
Onsdag: x+3
Torsdag: x+4
Fredag: x+5
Lördag: x+6
Söndag: x+7
Måndag: x+8

Summan är: $9x+36=117 \rightarrow x=9$
På onsdag gick han (9+3)km=12 km

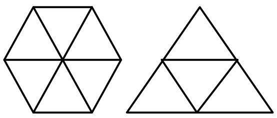
**Uppgift 5**

**5 st vägar**
Han har inget val när det gäller första och sista hoppet. Det förste går från (0,0) till (1,1) och det siste går från (5,1) till (6,0). Från (1,1) kan han hoppa till (2,2) eller (2,0). Från (2,2) går det 3 olika vägar til mål, och från (2,0) går det 2 olika vägar.



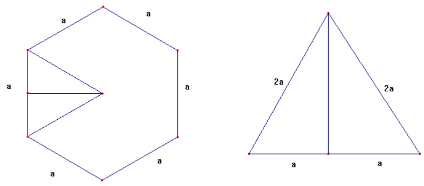
**Uppgift 6**

a) **Sexhörningens area är störst.**
b) **Sexhörningens area är 50 % större än arean av triangeln.**



Eller: Höjden i triangeln är $\sqrt{3}a$.

Arean blir då: $\frac{\sqrt{3}a \cdot 2a}{2} = \sqrt{3}a^2$




Den regelbundna sexhörningen har då sex trianglar med höjden $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ Arean hos sexhörningen blir då

$$\frac{6 \cdot \frac{\sqrt{3}a \cdot a}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a \cdot a}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

Sexhörningen har störst area och är 3/2=1,5 gånger större dvs 50% större är triangelns area.
(Man kan ju också klippa ut figurerna och väga pappren på en noggrann våg.)

***Uppgift 7***

**5 hundkojor.**
Prövning med tabell:

| Byggda hundkojor | Icke byggda hundkojor | Klassens inkomst |
|---|---|---|
| 1 | 9 | -500 € |
| 2 | 8 | 0 |
| 3 | 7 | 500 € |
| 4 | 6 | 1000 € |
| 5 | 5 | 1500 € |
| … | … | … |

Om vi gör det med räkning och säger att x är så många hundhus de har byggt färdigt och (10 – x) är hur många hundhus de inte byggt färdigt. Då blir ekvationen:
$400x - (10-x) \cdot 100 = 1500$
$x = 5$.

***Uppgift 8***

**Det blir 19 st kvadrater sammanlagt.**

| | |
|---|---|
| 5·5 kvadrat | 1 st |
| 4·4 kvadrat | 4 st |
| 3·3 kvadrat | 9 st |
| 2·2 kvadrat | 4 st |
| 1·1 kvadrat | 1 st |

***Kommentar***

**Uppgift 1**: 3p för a) eller b) rätt svarat och 5 p för korrkekta svar i bägge delfrågorna.

**Uppgift 2:** 3 p för ett rätt svar, 4 p för två rätta svar och 5 p för 3 rätta svar. (Det finns fler.)

**Uppgift 6:** 2 p om bara a) är korrekt besvarat

## Semifinal

***Uppgift 1***

**Det blir 15 olika rektanglar.**
6 rektanglar med samma storlek som rektangeln med hörn i 12-1-6-7. 6 rektanglar med samma storlek som den med hörn i 12-2-6-8 och tre rektanglar med samma storlek som den med hörn i 12-3-6-9.

***Uppgift 2***

| | |
|---|---|
| Mor | **8** |
| Farfar | **4** |
| Morbror | **2** |
| Systern | **1** |
| Gustav dekorerade sammanlagt | **15** |

***Uppgift 3***

**Lägg märke till att alla talkort som är hablonger, har tal som är delbara med 6.** Inget av de tre följande korten har den egenskapen. Kort B är det enda av de fyra nedersta korten som har den egenskapen.

***Uppgift 5***

a) Exempelvis: 12=3+3·3, 18=3+3·5, 24=3+3·7

b)
38=29+3·3
38=23+3·5
38=17+3·7
38=13+5·5
38=5+3·11
38=3+5·7

c) Går vi systematiskt tillväga får vi en översikt över alla möjligheter. Låt a vara det största primtalet mindre än 38. Vi måste då sätta 1 till 37. Det finns inte två primtal som ger produkten 1. Fortsätter vi och låter a vara följande primtal ser vi att,
31 ger en lösning då 2·3=6
29 ger en lösning då 3·3=9
23 ger en lösning då 3·5=15
19 ger ingen lösning då det inte finns två primtal med produkten 19.
17 ger en lösning då 3·7=21
13 ger en lösning då 5·5=25
11 ger ingen lösning då det inte finns två primtal med produkten 27.
7 ger ingen lösning då det inte finns två primtal med produkten 31.
5 ger en lösning då 3·11=33
3 ger en lösning då 5·7=35
2 ger ingen lösning då det inte finns två primtal med produkten 36

**Uppgift 6**

Två lösningar som bägge ger en areal på 1200 m$^2$:

- rektangel med tre av hörnen mitt på varje sida (30m · 40m=1200 m$^2$).
- rektangeln har två av hörnen mitt på kateterna och två hörn på hypotenusan (24m ·50m=1200 m$^2$).

**Uppgift 7**

a)

| | | |
|---|---|---|
| i) | 2x2 rutor | 5 |
| ii) | 3x3 rutor | 13 |
| iii) | 4x4 rutor | 21 |
| | 5x5 rutor | 29 |

b) Antalet flyttningar ökar med 8 varje gång sidan till spelbrädet ökar med 1. Antalet flyttningar med 10x10 rutor får vi då genom att lägga 8 till 21 6 gånger, alltså 21+6·8=21+48=69.

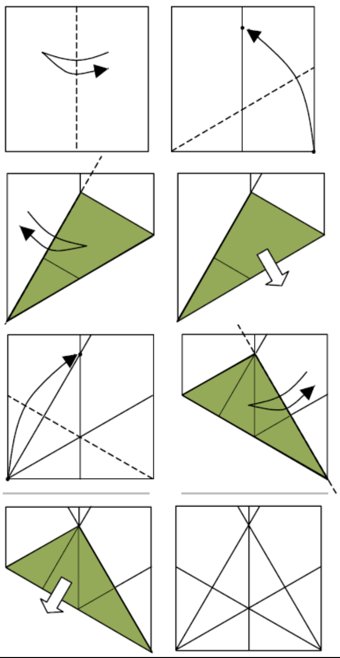
Det är också möjligt att beräkna antalet flyttningar direkt: Om s är sidlängden till kvadraten kommer uttrycket 8s-11att visa hur många flytt som behövs. I ett 10x10 rutnät blir det då 8·10-11=80-11=69 flyttningar.

**Uppgift 8**

**Svarsalternativ A är rätt.**
Låt oss säga att du ser en färgad ände. Då har vi garanti för att du inte tagit pinnen utan färg. Alltså är den gömda änden i två av tre fall likadan som den vi ser. Det ger en 66, 67 % chans för att den gömda änden är likadan som den vi ser.

## Nationell final

**Uppgift 1**



**Uppgift 2**

Fördela först 20 kuber i varje kopp.

a) Därefter flyttas 4 kuber från kopp nr 1 till kopp nr 5. Då är det 24 i nr 5 och 16 i nr 1. Så flyttas 2 kuber från nr 2 till nr 4. Då är det 22 i nr 4 och 18 i kopp nr 2.
Resultat:

Kopp nr 1: 16
Kopp nr 2: 18
Kopp nr 3: 20
Kopp nr 4: 22
Kopp nr 5: 24

b) Flytta 8 kuber från kopp nr 1 till kopp nr 5. Flytta 4 kuber från kopp nr 2 till kopp nr 4.
Resultat:

Kopp nr 1: 12 kuber
Kopp nr 2: 16 kuber
Kopp nr 3: 20 kuber
Kopp nr 4: 24 kuber
Kopp nr 5: 28 kuber

c) Flytta 12 kuber från kopp nr 1 till kopp nr 5. Flytta 6 kuber från kopp nr 2 till kopp nr 4
Resultat:

Kopp nr 1: 8 kuber
Kopp nr 2: 14 kuber
Kopp nr 3: 20 kuber
Kopp nr 4: 26 kuber
Kopp nr 5: 32 kuber

d) Flytta $2n$ kuber från kopp nr 1 till kopp nr 5. Flytta $n$ kuber från kopp nr 2 till kopp nr 4
Resultat:

Kopp nr 1: $20 - 2n$ kuber
Kopp nr 2: $20 - n$ kuber
Kopp nr 3: 20 kuber
Kopp nr 4: $20 + n$ kuber
Kopp nr 5: $20 + 2n$ kuber

Om kopp nr 1 inte får vara tom, måste $n \leq 9$.

**Uppgift 3**

En del försök bör göras innan man försöker bestämma fördelningen av bollar.
Ett bra svar bör innehålla en värdering av hur stor bråkdel varje färg utgör i förhållande till antalet observationer. Bråktalen bör skrivas enligt formen sjundedelar; 1/7-2/7-4/7.
30-40 observationer ger en tillräckligt god grund för ett kvalificerat förslag.

**Uppgift 4**

Förslag på förklarning:
Sätt värdena på korten till a och b. Summan av de två tvåsiffriga talen blir då:
10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)
När vi dividerar 11(a + b) med (a + b) blir svaret 11.

***Uppgift 5***

Det är möjligt att fördela riset enligt följande:

| | 8 | 0 | 0 | **En full och två tomma bägare.** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 5 | 0 | 3 | 3-bägaren fylls |
| **2** | 5 | 3 | 0 | Ris från 3- bägaren hälls över i 5-bägaren |
| **3** | 2 | 3 | 3 | 3-bägaren fylls igen |
| **4** | 2 | 5 | 1 | 5- bägaren fylls med ris från 3- bägaren som då har 1 dl ris |
| **5** | 7 | 0 | 1 | 5- bägaren hälls över i 8-bägaren |
| **6** | 7 | 1 | 0 | 1 dl från 3- bägaren hälls över i 5- bägaren |
| **7** | 4 | 1 | 3 | 3- bägaren fylls och det är 4 delar kvar i 8-bägaren. |
| **8** | 4 | 4 | 0 | Ris från 3- bägaren hälls över i 5- bägaren. |

***Kommentar***

**Uppgift 3:** Laget som först levererar in rätt svar med motivering får 5 poäng.
Laget som levererar in rätt svar med motivering som nr 2 får 3 poäng.
Laget som levererar in rätt och motiverat svar sist får 1 p.
Obs: Lag som ger fel svar mister 3 p.

## Nordisk final

***Uppgift 2***

För att göra en låda måste hörnen parvis vara lika. Av de tre angivna storlekarna bör varje sida ha ett gemensamt hörn med andra.

96=2·2·2·2·2·3
168=2·2·2·3·7
252=2·2·3·3·7

Om vi förösker kombinera dessa, ser vi att om 8 är den gemensamma sidan för sidorna med areorna 96 och 168, 12 det gemensamma hörnet för sidorna med areorna 96 och 252, så måste 21 vara den gemensamma sidan för sidorna med arean 168 och 252.
Lådan har dimensionen 8·12·21 cm.
Volymen är lite mer än 2 liter.

***Uppgift 3***

**Fyra är minsta antalet pilar** (11+23+26+40 eller 16+26+29+29) som ger exakt 100 p.
Andra kombinationer är: 11+111+23+26+29, 11+11+16+16+23+23, 11+11+26+26+26, 11+11+11+11+16+40, 16+16+16+23+29, 11+11+11+11+11+16+29, …

***Uppgift 4***

Dimensionen på rutnätet är 6x10.
Antalet fyrkanter som passeras är den minsta gemensamma multipeln av sidolängderna.
För att hitta antalet studsar, dividera dimensionen på rutnätet med den största gemensamma fakorn för dimensionen och addera resultaten. Den minsta gemensamma multipeln av 6 och 10 är 30, den största gemensamma faktorn av 6 och 10 är 2, så summan av 6/2 och 10/2 är 8.

# 2007

## Inledande omgång 1

***Uppgift 1***

**a) 0**
Ental 9 st
Tvåtal 90 st vilket ger 2·90=180 siffror
Tretal 900 st vilket ger 900·3 =2700 siffror
2006-180-9=1817
1817/3=605 och 2/3
9+2·90+3·605=2004 nästa tal i sifferföljden blir 606. Alltså två steg till blir 0.

***Uppgift 2***

2(a+12)+2(b-5)-2a-2b= **14 cm**

***Uppgift 3***

**9837**

***Uppgift 4***

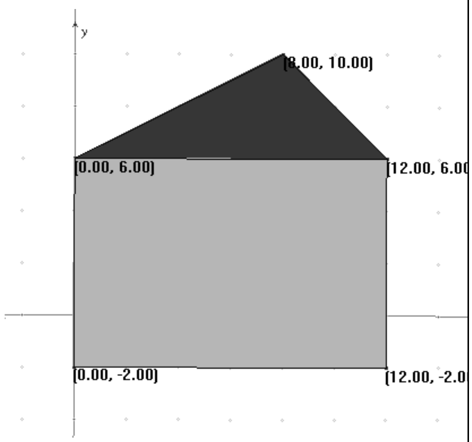
**f) nio**

***Uppgift 5***

**Nej, han kommer 5 min för sent**
(20/20+20/30+20/40=1+2/3+1/2=6/6+4/6+3/6= 13/6= 2 1/6, vilket är 2h och 10 min)

***Uppgift 6***

Arean är: 12·4/2 +12·8=**120 areaenheter.**




***Uppgift 7***

**1916**
(a+a+9+a+2·9+a+3·9+a+4·9+a+5·9+a+6·9 = 7a+21·9 detta ska vara 13601)

***Uppgift 8***

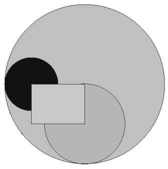
7 kast av 6·6·6= 216 möjliga kombinationer.

1,1,1
1,2,1 1,1,2 2,1,1
1,2,2 2,1,2 2,2,1

## Inledande omgång 2

***Uppgift 1***

3/4 av den största cirkeln + 1/4 av den minsta cirkeln och 1/4 av den mellersta cirkeln.



$$\frac{3}{4}\cdot\pi\cdot 6^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 3^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 2^2 = \frac{\pi}{4}\cdot 337$$
$$\approx 264{,}7\,m^2 \approx 265\,m^2$$

***Uppgift 2***

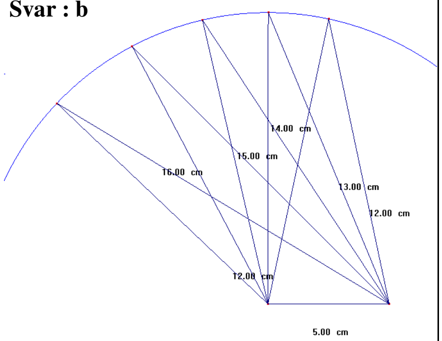
a) Höjden är **20 cm**. Totala längden på stammen och grenarna är **200 cm.**
b) Höjden är **50 cm.** Totala längden på stammen och grenarna är **147620 cm.**

***Uppgift 3***

**År 2018**
För att få 28 februari och övriga dagar att stämma så måste man flytta sig framåt 7 veckodagar-1skottårsdag-1 skottårsdag+7veckodagar-1skottårsdag för att dagarna ska bli exakt som år 2007.

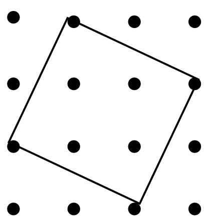
***Uppgift 4***

I figuren nedanför ser man att höjden på triangeln 5,12,13 är högst och alla trianglar har samma bas. Det betyder att den triangeln har störst area.
**Svar : b**




***Uppgift 5***

Sidlängden 2 4
Sidlängden 3 1
Sidlängden √5 2
**Svar: 7 st**



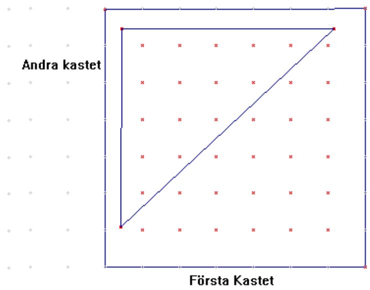
***Uppgift 6***

| Schäfrar | Taxar | Golden |
|---|---|---|
| Minst 5: | 25 | |
| Högst 5: | | 30 |
| Minst 6: | 30 | |
| Högst 6: | | 36 |
| Minst 7: | 35 | |
| Högst 7: | | 42 |
| …. | ….. | …. |

**Det är minst 30 golden med.**

***Uppgift 7***

Det finns **36 möjliga kombinationer**. **Det är 15 st kast där andra kastet visar mer än första kastet.**




***Uppgift 8***

Påse 1: 8 st
Påse 2: 6 st
Påse 3: 4 st
Påse 4: 5 st
Påse 5: 7 st

***Kommentar*** **Uppgift 2**: 2 p för a) och 3 p för b).

## Semifinal

***Uppgift 1***

**9** (Brev 1 kan sändas fel till tre; sedan sänds brevet till den som fick detta fel till tre; sedan finns det bara en felaktig fortsättning).

***Uppgift 2***

$4 \cdot 6 = 24$ eller $3 \cdot 10 = 30$ (genom systematisk prövning kan man utesluta alla andra möjligheter när man jobbar med ekvationen $2x + 2y + 4 = xy$).

***Uppgift 3***

**A: 88l , B: 40l**

***Uppgift 4***

**20 timmar. Klockan är 8 följande morgon**.

***Uppgift 6***

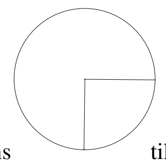
**Linda Koivisto , Sofia Nyman , Ulla Lahtinen , Elsa Pettersson.**
Uppgiften kan också lösas med hjälp av tanken att 32 är ett jämnt tal och därför kan inte ett "udda antal udda tal, multiplicerar med udda tal" dvs. 1 och 3 skall multipliceras med 1 och 3 eller 3 och 1 eller så med 2 och 4 eller 4 och 2.

| | |
|---|---|
| ***Uppgift 7*** | **Det står 42 personer i kön.** |
| ***Uppgift 8*** | **43 stycken**<br>Om figuren halveras längs med den lodräta axeln så får man i vänstra delen 9 små och 4 trubbvinkliga och 5 rätvinkliga trianglar till.<br>Detta antal kan fördubblas och sedan tillkommer 5 + 4 trianglar när man ser på figuren i stort och använder båda sidorna. |

## Nationell final

| | |
|---|---|
| ***Uppgift 1*** | Spelets strategi är följande:<br>Den som inte inleder spelet kan vinna spelet på detta sätt:<br>Om motspelaren tar bort 1 pinne i första omgången tar man 3 pinnar<br>Om motspelaren tar bort 2 pinnar i första omgången tar man 2 pinnar<br>Om motspelaren tar bort 3 pinnar i första omgången tar man 1 pinne<br>På detta sätt är det alltid 4 pinnar som tagits bort i första omgången.<br>Om man fortsätter på samma sätt är det alltid när den inledande spelaren är i tur 16 – 12 – 8 – 4 – 0 kvar i burken. |
| ***Uppgift 2*** | Genom att flytta brickor på det sätt som läraren instruerar kommer en elev som sitter på en svart plats att flytta till en vit plats och omvänt.<br>**Eftersom det är 13 vita och 12 svarta platser kommer det inte att vara möjligt för alla elever att flytta på detta sätt.** |
| ***Uppgift 3*** | Godisbitarna kan fördelas på **36 olika sätt**.<br>Antal godisbitar kan fördelas på 3 olika sätt : (1,1,2), (1,2,1) och (2,1,1)<br><br>För varje av dessa sätt kan färgerna fördelas på 12 olika sätt.<br>Det finns tre sätt att fördela godisbitarna så att Anna får en blå (B):<br>(B,G,SR), (B,S,GR), (B,R,SG)<br>Anna kan få 4 olika färger. Därför kan fördelningen (1,1,2) göras på 12 sätt.<br>Liknande resonemang gäller för de andra fördelningarna. |
| ***Uppgift 5*** | Följande poängserier ger exakt 100 poäng:<br>15-15-16-16-19-19,<br>15-15-16-17-18-19,<br>15-15-17-17-18-18,<br>16-16-16-16-18-18 (det kan finnas fler)<br>Minsta antalet pilar: 6 pilar är det minsta antal pilar eftersom ingen träff ger mer än 19 poäng. |

## Nordisk final

| | |
|---|---|
| ***Uppgift 1*** | **496.**<br>Triangeltalen är på formen:<br>$1+2+3+...+n=\frac{n(1+n)}{2}$<br>Vår summa skulle bli mindre än 500 . Således gäller: n(n+1)<1000<br><br>Eftersom $\sqrt{1000}=31{,}6$ så är $n<32$<br><br>Eftersom det största triangeltalet är mindre än 500 är: $\frac{31\cdot 32}{2}=496$ |
| ***Uppgift 2*** | A) Summan alla trianglarnas bas är lika med basen av rektangeln och höjden av alla trianglar är lika med höjden av rektangeln. Den skuggade arean är då hälften så stor som rektangeln.<br><br>B) Man kan visa att det skuggade området är 1/3 av den totala arean av triangeln genom att beräkna (med Pythagoras sats) eller med geometriska argument<br><br>Om man klipper ut de fyra delarna kan man visa att det är möjligt och bygga de vita delarna av två kopior av den skuggade delen. |
| ***Uppgift 3*** | Konen är gjord av en särskild del av en cirkel med radien 4. Omkretsen av denna del av cirkeln skall vara lika med omkretsen av en cirkel med omkretsen 3.<br><br>Vi kallar bråkdelen av cirkelns omkrets x. Då är:<br><br>$2\pi\cdot 4\cdot x=2\pi\cdot 3$<br>$x=\frac{3}{4}$<br><br>Cirkelsektorn som man ska använda för konen finns till höger. |
| ***Uppgift 4*** | Skillnaden mellan Annas och Toms svar är 4740 – 4695 = 45, vilket är 3 gånger den missförstådda faktorn. Därför är det andra numret 15 och korrekt svar är:<br>4740 + 2 · 15 = 4770. |
| ***Uppgift 5*** | Korten i ordning är:<br>**A-Q-2-8-3-J-4-9-5-K-6-10-7** |

# 2008

## Inledande omgång 1

***Uppgift 1*** **83,5 kg**

***Uppgift 2*** **120€, 80€ och 60 €**

***Uppgift 3*** **d)** En halv cylinder skuren snett.

***Uppgift 4*** **97m**

***Uppgift 5*** **19**

***Uppgift 6*** **32 tal**

***Uppgift 7*** **15 min** (14+1 eftersom det kommer en extra minut till)

***Uppgift 8***

| | | |
|---|---|---|
| **29** | **9** | **2** |

Tredje talet är rest vid division av första talet med andra talet.

Eller

| | | |
|---|---|---|
| **29** | **9** | **-7** |

Tredje talet är rest vid division av första talet med andra talet, med tillägget att man vid divisionen bör få heltalen 2 2 3 3 4 osv.

***Kommentar*** **Uppgift 8:** Man får2 p om man har 29 och 9 (motivering: man bör få poäng för varje svar och ev. missförstånd som ligger nära till hands bestraffas här inte så hårt).

## Inledande omgång 2

***Uppgift 1*** **5348**

***Uppgift 2*** **40 km**

***Uppgift 3*** **6543, 1999, 8161**

***Uppgift 4*** **110cm$^2$, 128 cm$^2$, 182 cm$^2$**

***Uppgift 5*** **96 minuter**

***Uppgift 6*** **1936+36+36** eller **1764+144+100** eller ...

***Uppgift 7*** **Rektangeln och den drakformiga figuren.**

***Uppgift 8*** **10**

***Kommentar*** **Uppgift 3 och 4:** 2 rätt ger 3 p; 1 rätt 1 p; varje felaktig - 2 p.

## Semifinal

***Uppgift 1***

<table>
<tr><td rowspan="2">Tulpaner</td><td colspan="2">Snödroppar</td></tr>
<tr><td>Pingstliljor</td><td>Påskliljor</td></tr>
</table>

Det är påskliljor i 1/16 av rabatten. Det motsvarar **6,25%.**

***Uppgift 2*** Sätt den minsta vinkeln i sexhörningen till x. Då är summan av vinklarna:
x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) + (x + 10) = 6x + 30

Summan av vinklarna i varje sexhörning är 720°. Då får vi : 6x + 30 = 720 → x=115

Den största vinkeln är 115 + 10 = 125 grader.

***Uppgift 3*** Sätt temperaturen till $t_i$ den i:te februari. Då är:

$$\frac{\sum_{i=1}^{21} t_i}{21} = 14 \ och \ \frac{\sum_{i=22}^{24} t_i}{24} = 16$$

Det ger:

$$\frac{\sum_{i=1}^{21} t_i + \sum_{i=22}^{24} t_i}{24} = \frac{14 \cdot 21 + t_{22} + t_{23} + t_{24}}{24} = 16$$

Eller:

$$t_{22} + t_{23} + t_{24} = 16 \cdot 24 - 14 \cdot 21$$

$$\frac{t_{22} + t_{23} + t_{24}}{3} = \frac{16 \cdot 24 - 14 \cdot 21}{3} = 30$$

Medeltemperaturen för dagarna 22, 23 och 24 februari var **30 grader.**

***Uppgift 4*** Man kan rita 6 olika kvadrater genom att välja 4 punkter. De 4 punkterna kan väljas på 9·8·7·6 olika sätt. Sannolikheten för att de skall bilda en kvadrat är:

$$\frac{6}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{1}{504}$$

(Alternativt: Detta är lite mer komplicerat, då alla 3024 sätten att välja 4 punkter på, inte ger fyrkanter. Om 3 av punkterna ligger längs en rät linje, blir det trianglar i stället. Det gäller i 8·6=48 fall. Det kan alltså bildas 3024 – 48 = 2976 fyrkanter. 6 av dessa är kvadrater. Det betyder att $\frac{6}{2076} = \frac{1}{346}$ av fyrkanterna som kan bildas, är kvadrater.)

**Uppgift 5** Talet måste ha många nollor i sig. Genom att pröva sig fram med 5, 6 och 7 nollor, ser man att följande tal passar: **6210001000**

**Uppgift 6** Om vi skall multiplicera med 9 och få ett fyrsiffrigt svar, måste siffran på tusentalsplatsen vara 1. Då blir siffran på entalplatsen 9. Siffran på hundratalsplatsen måste vara 0, eftersom vi inte kan ha 1 på både tiotalsplatsen och hundratalsplatsen. Talet är alltså: 10__9
Eftersom 9·9=81, måste talet på tiotalsplatsen vara ett tal som multiplicerat med 9, ger ett svar med 2 på entalsplats (så att det blir ett helt tiotal när vi lägger till 8). Då måste det vara 8 på tiotalsplatsen i talet. Talet är: **1089**

**Uppgift 7** Hastigheten har minskat. **Förändringen är 4%.**

**Uppgift 8** Uppgiften kan verka omöjlig til en början, men är genialt enkel när man kommer på idén. Ta 10 slumpmässiga mynt från bordet. Det här är "grupp 1" medan resten utgör "grupp 2". Anta att det är x mynt som visar krona i grupp1, då är det (10-x) mynt som visar krona i grupp 2. Vänd alla mynt i grupp 1. Då visar (10-x) mynt i den här gruppen klave alltså lika många som i grupp 2.

## Nationell final

**Uppgift 1** Vi skall hitta ett tal $n$, så att $\frac{288}{n-2}-\frac{288}{n}=4{,}8$

Lägg märke till att 288/4,8=60

Då får vi ekvationen: $\frac{60}{n-2}-\frac{60}{n}=1$
Nu kan vi pröva oss fram (eftersom eleverna inte kan lösa andragradsekvationer) och ser att det passar med $n$=12.
(60/10=6 och 60/12=5. )

Alternativ: Lösning genom prövning.

**Uppgift 2** Alla hälsar på olika antal personer, förutom herr Olsson, som kan ha hälsat på lika många som någon av de andra. ingen kan ha hälsat på mer än 8 personer. Då måste de andra ha hälsat på 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 och 8 personer.
Om de äkta paren kallas:

A (herr Olsson) och B (hans fru)
C och D
E och F
G och H
I och J

| Personer: | Har hälsat på: |
|---|---|
| A | C, E, G, I |
| B | C, E, G, I |
| C | A, B, E, G, I |
| D | E, G, H |
| E | A, B, C, D, G, I |
| F | G, H |
| G | A, B, C, D, E, F, G |
| H | I |
| I | A, B, C, D, E, F, G, H |
| J | Ingen |

**Herr Olsson har hälsat på 4 personer, lika många (och samma) som sin fru**.

**Uppgift 3** x= **108°**, y=**72°,** z= **36°**

**Uppgift 4** Produkten är $72=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3$

| Barnens ålder | Summan av barnens ålder |
|---|---|
| 1, 2, 36 | 39 |
| 1, 3, 24 | 28 |
| 1, 4, 18 | 23 |
| 1, 6, 12 | 19 |
| 1, 8, 9 | 18 |
| 2, 2, 18 | 22 |
| 2, 3, 12 | 17 |
| **2, 6, 6** | **14** |
| 2, 4, 9 | 15 |
| **3, 3, 8** | **14** |
| 3, 4, 6 | 13 |

**Ett av barnen måste vara yngst så barnen är 2 år, 6 år och 6 år.**

**Uppgift 5**

| **Det är 20** kombinationer som ger en **jämn summa:** | **Det är 25** kombinationer som ger en **udda summa:** |
|---|---|
| 1-3, 1-5, 1-7, 1-9 | 1-2, 1-4, 1-6, 1-8, 1-10 |
| 2-4, 2-6, 2-8, 2-10 | 2-3, 2-5, 2-7, 2-9 |
| 3-5, 3-7, 3-9 | 3-4, 3-6, 3-8, 3-10 |
| 4-6, 4-8, 4-10 | 4-5, 4-7, 4-9 |
| 5-7, 5-9 | 5-6, 5-8, 5-10 |
| 6-8, 6-10 | 6-7, 6-9 |
| 7-9 | 7-8, 7-10 |
| 8-10 | 8-9 |
| | 9-10 |

**Det lönar sig alltså att satsa på udda tal. Då vinner du över hälften av spelen (5 av 9).**

## Nordisk final

***Uppgift 1***

Anta att $A \geq B \geq C \geq D \geq E$

$$A+B+C+D=55$$
$$A+B+C+E=56$$
$$A+B+D+E=61$$
$$A+C+D+E=63$$
$$B+C+D+E=65$$

Om vi summerar alla de fem summorna kommer varje vän att räknas med fyra gånger.

$$4A+4B+4C+4D+4E=55+56+61+63+65$$

eller

$$A+B+C+D+E=\frac{55+56+61+63+65}{4}=75$$

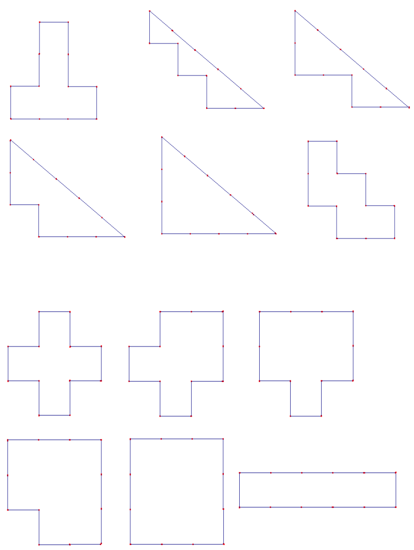
Summan av de fyra äldsta är

$B+C+D+E=65$

Då är den yngsta $A=75-65=10$

**Den yngste är 10 år.**

***Uppgift 3***



***Uppgift 4***

**Version 1:** Rättvist 50 – 50

| | **2** | **4** | **6** | **8** | **1** | **3** | **5** | **7** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | e | v | e | n | | o | d | d | |
| **4** | e | v | e | n | + | e | v | e | n |
| **6** | e | v | e | n | = | o | d | d | |
| **8** | | | | | | | | | |
| **1** | | | | | | | | | |
| **3** | e | v | e | n | | o | d | d | |
| **5** | o | d | d | | + | o | d | d | |
| **7** | e | v | e | n | = | e | v | e | n |
| **9** | | | | | | | | | |

**Version 2:** Orättvist 41(even) - 40 (odd)

| | **0** | **2** | **4** | **6** | **8** | **1** | **3** | **5** | **7** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | | | | | | | | | | |
| **2** | | e | v | e | n | | o | d | d | |
| **4** | + | e | v | e | n | + | e | v | e | n |
| **6** | = | e | v | e | n | = | o | d | d | |
| **8** | | | | | | | | | | |
| **1** | | | | | | | | | | |
| **3** | | e | v | e | n | | o | d | d | |
| **5** | + | o | d | d | | + | o | d | d | |
| **7** | = | e | v | e | n | = | e | v | e | n |
| **9** | | | | | | | | | | |

***Uppgift 5***

Så fort en spelare har placerat brickan i nedersta raden kommer den andra spelaren att vinna. Strategin blir därför att undgå att flytta brickan till den nedersta raden. Trygga platser är nummer 1,3 och 5. Genom att tänka vidare uppåt i spelet ser vi att de trygga platserna är de som är färgade.