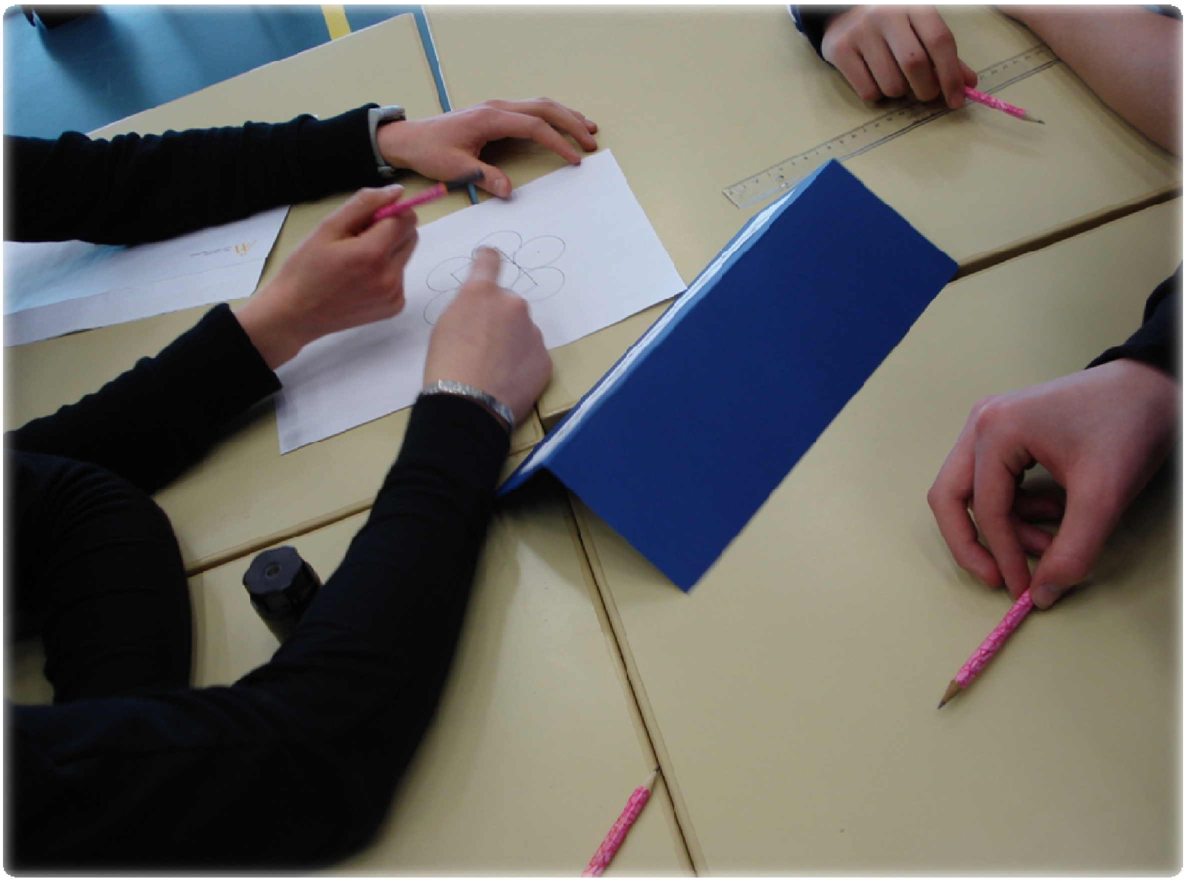
Matematikproblem från Mattecupen 2004-2008

Sammanställning av uppgifter inklusive lösningar och klassificering



MatCup
Matikkacup – Mattecupen

Innehållsförteckning

Klassificeringsnyckel

Matematikproblemen som presenteras i detta häfte är klassificerade i fyra olika avseenden, vilket kan hjälpa läraren att välja ut lämpliga uppgifter för ett specifikt tillfälle. Kategorierna är *användning* av uppgiften, vad som *betonas* i uppgiften, *centrala metoder* som krävs för att lösa den och slutligen till vilket *delområde* i matematiken som uppgiften hör. Klassificeringen är delvis rätt subjektiv och kan uppfattas annorlunda t.ex. om man valt en annan lösningsmetod eller när det finns fler möjligheter.

A. ***A***nvändning av uppgiften

i	***i***ntroduktion
ö	***ö***vning
r	***r***epetition
u	***u***tvärdering
g	lämplig för lösning i ***g***rupp

B. ***B***etoning

b	***b***egynnelsefas
s	***s***ystematiskt genomförande
f	***f***lera lösningar
rm	***r***egel, ***m***önster

C. ***C***entral metod

tf	***t***abeller, ***f***igurer
rm	***r***egler, ***m***önster
p	***p***rövning
e	***e***liminering
ab	***a***rbeta ***b***aklänges
d	lösa ***d***elproblem
h	***h***elhetsuppfattning

D. **D**elområde i matematiken

tr	***t***al och ***r***äkneoperationer
af	***a***lgebra och ***f***unktioner
g	***g***eometri
ss	***s***annolikhet och ***s***tatistik
v	problem med ***v***erklighetsanknytning

Tävlingsuppgifter

2004

Inledande omgång 1

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Vart ska Hans?
Hans ska besöka några vänner, men har glömt vilket nummer de bor på. Han kommer ihåg att husnumret har fyra siffror och är udda. Han kom också ihåg att de fyra siffrorna var 0, 5, 6 och 7.
Hur många olika husnummer stämmer in på Hans minnesbild?

a) 2 b) 8 c) 10 d) 18 e) 24

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	rm	rm	g
u			tr
r			

Hur lång är banan?
Figuren visar en kapplöpningsbana med en speciell form. Triangeln CFG är liksidig. Mitt på sidorna CG och CF har vi ritat kvadrater med sidor som är en tredjedel av triangelns sida. Banan består av fyra cirkelbågar. En med medelpunkt i H, en med medelpunkt i I och två med medelpunkt i C. Det är 90 meter från A till B längs cirkelbågen.

Hur lång är hela banan?

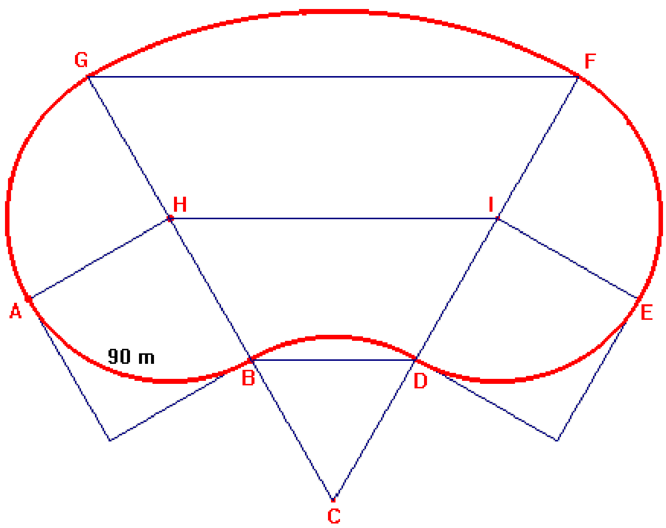
a) 314 m

b) 526 m

c) 600 m

d) 628 m

e) 900 m



Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	h	af
		p	

Myntkombination

I USA har man mynt som kallas penny, nickel, dime och quarter. Värdet på mynten är:

1 penny = 1 cent	1 nickel = 5 cents
1 dime = 10 cents	1 quarter = 25 cents

Eric, Jenny, Mitch och Rebecca hade precis 1 dollar (=100 cent) var i mynt.

- Ingen av dem hade någon penny
- Alla hade minst en quarter
- Alla hade olika antal quarters
- Mitch hade en mer än fem gånger så många nickels som Rebecca
- Rebecca hade dubbelt så många dimes som Eric
- Eric hade färre nickels än Rebecca

Hur många mynt hade de tillsammans?

a) 10 b) 24 c) 32 d) 33 e) 34

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	h	af
u			

Sällskapsproblemet

En tredjedel av gästerna på en fest var kvinnor och en fjärdedel var flickor. En sjättedel var män och sex av gästerna var pojkar.

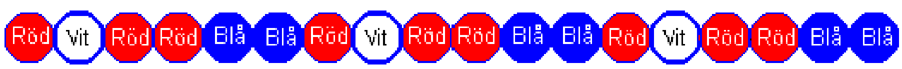
Hur många gäster var det på festen?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	p	tr

Beatas pärlor

Beata tanker göra ett halsband av pärlor och följa mönstret i figuren. Hon har många röda och blå pärlor men bara 10 vita. Hon vill göra ett halsband som är så långt som möjligt. Mönstret behöver inte stämma när hon sätter ihop de båda ändarna av halsbandet.



Hur många röda och blå pärlor har hon använt när alla de vita pärlorna är slut?

a) 10 b) 20 c) 30 d) 50 e) 55 f) 65

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	rm	af
u			

Pizzaerbjudande
En pizza med 25 cm i diameter säljs för 5 €. Affären påstår att de har ett supererbjudande på pizza. De säljer en stor pizza med 30 cm i diameter för rabatterat pris på 5,85 €.

Hur många procent billigare är den stora pizzan i förhållande till den lilla pizzan, om vi betraktar priset i förhållande till hur mycket pizza man får?

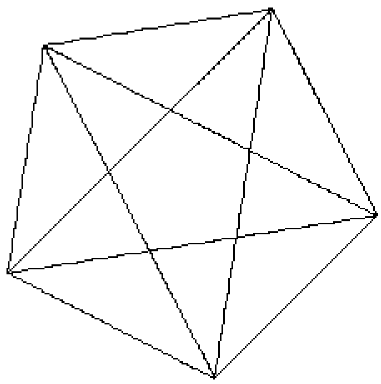
Avrunda till närmaste heltal.

a) 3% b) 17% c) 19% d) 20% e) 23%

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	g

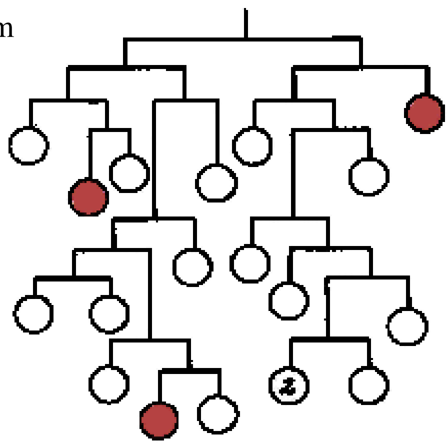
Trianglar i pentagrammet
Hur många trianglar kan ni hitta i figuren



Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	h	af
	rm		tr

Arkimedes våg
Arkimedes gjorde flera upptäckter om jämvikt. Det kan man bland annat använda i balanssystemet i figuren.



Vad blir summan av vikterna i de tre färgade kulorna?

(Ni kan räkna med att det bara är kulorna som väger något. Vikterna på de vågräta och lodräta stängerna i systemet kan ni bortse från.)

a) 6 b) 18 c) 34 d) 123 e) 164 f) 288

Inledande omgång 2

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	p	af

Tennisbollar
Lena och Hans har några tennisbollar var.
Om Lena ger 8 av sina tennisbollar åt Hans, så har de båda lika många.
Om Hans ger 8 av sina tennisbollar åt Lena, har Lena 3 gånger så många tennisbollar som Hans.

Hur många tennisbollar har Lena?

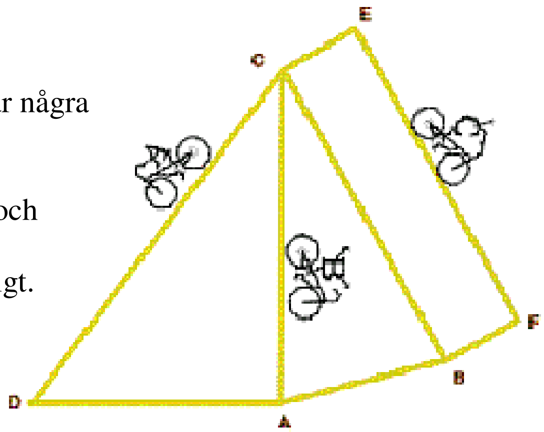
Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	rm	g
	rm		tr

Cykelturer
Anna, Berit och Cecilia ville pröva tre olika cykelturer.

De cyklade med olika medelhastigheter. Här är några fakta om cykelturerna:

Alla cyklisterna börjar och slutar i C och alla tre flickorna startar samtidigt.



- Längden av CE är halva längden av AB.
- EF = CB
- ACB är en likbent triangel, där vinkeln CAB är lika stor som vinkeln ABC.
- DAC är en rätvinklig triangel.
- Vinkeln CBF och vinkeln CEF är räta vinklar.
- AB är 2/3 av AD.
- DC är 5/4 av AC
- BF = 2 km
- EF = 8 km

Anna cyklar vägen CDAC med en medelhastighet på 30 km/h. Berit cyklar runt den likbenta triangeln med en medelhastighet på 20 km/h. Cecilia cyklar vägen CEFBC med en medelhastighet på 24 km/h.

Vem kom tillbaka som nummer 1, 2 och 3, och hur många minuter använde den som kom först?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	d	ss
	s		

Trianglar med pinnar
I en påse finns det pinnar som är buntade tillsammans tre och tre. Längderna på alla pinnarna är ett helt antal centimeter. Summan av längderna av pinnarna i var bunt är 12 cm, och alla möjliga kombinationer av sådana trepinnbuntar finns i påsen. Alla buntarna är olika. Man drar en sådan bunt på måfå ur påsen utan att se längderna i förväg.

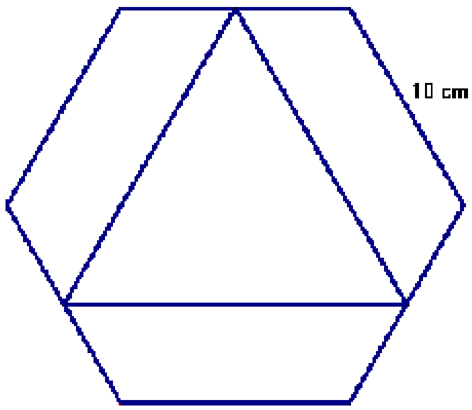
Hur stor är sannolikheten för att dra på måfå ur påsen en bunt med pinnar som kan läggas som en triangel med pinnändarna mot varandra?

a) 10 % b) 25 % c) 30 % d) 50 % e) 100 %

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	rm	g

Hur lång är sidan?
Figuren visar en regelbunden sexhörning där sidan är 10 cm.



En regelbunden triangel har hörn mitt på tre av sexhörningens sidor, som visas på figuren.

Hur lång är var sida i triangeln?

a) 12,5 cm b) 15 cm c) 16 cm d) 17,5 cm e) 20 cm

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	ab	af
i			

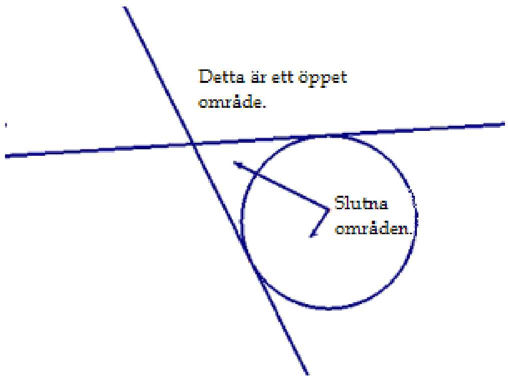
Utflyktslunch på en cafeteria
På en utflykt åt alla lunch på en cafeteria. Hälften av eleverna som åt lunch i cafeterian hade med sig mellanmål och köpte ingenting. 3/4 av den andra hälften av eleverna köpte frukt. Hälften av eleverna som köpte frukt köpte äpplen och fjärdedelen av eleverna som köpte frukt köpte päron. De sista 15 eleverna köpte bananer.

Hur många elever åt lunch i cafeterian?

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	tf	g
			af

Tangenter
8 olika tangenter är dragna i olika punkter på en cirkel. Dessa tangenter kommer att dela planet i några slutna områden och några öppna områden.



I figuren bredvid med enbart två tangenter dragna, finns två slutna områden och ett öppet område markerat.

Hur många öppna områden finns det om man drar 8 tangenter i 8 olika punkter på cirkeln?

a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) 24

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	b	p	af
		ab	

Livvakter
De världsberömda fotomodellerna Vackra Violet och Fancy Fia hade tillsammans mer än 10 men mindre än 30 livvakter.

En dag bestämde sig bodygarden Brage för att sluta hos Vackra Violet och börja hos Fancy Fia istället. Då hade de två damerna lika många livvakter. Efter en tid vill Brage komma tillbaka till Vackra Violet. Då ville också Mandig sluta hos Fancy Fia och börja hos Vackra Violet. Nu hade bägge damerna ett antal livvakter var som båda är primtal.

Hur många livvakter hade damerna nu till sist?

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	b	p	tr

Hur mycket var klockan?
Vid ett bestämt klockslag såg jag några speciella egenskaper med talen på digitalklockan:

Talet som visade timmar och minuter hade summan 60. En av siffrorna som visar minuter var kvadratroten av den andra siffran i minuttalet.

Summan av siffrorna i minuttalet var timtalet med omkastad sifferföljd.

Hur mycket var klockan?

Semifinal

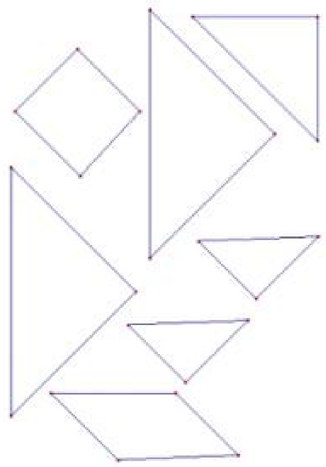
Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	rm	g

Material: tangramspel

Pusselspel

Ni får ett Pusselspel (tangram) som består av sju brickor. De ser ut enligt figuren:



a) Vi säger att arean av parallellogrammen är 1.

Vad är arean av de andra brickorna?

b) På hur många olika sätt kan ni göra trianglar med arean 2?

Rita lösningarna.

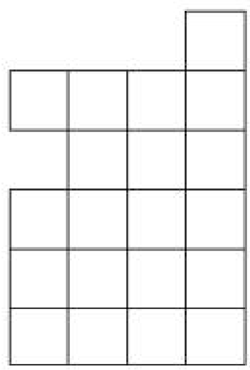
Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	g

Material: 20 kvadratiska plastbrickor, 5 olika färger, 4 av varje färg. Färgpennor.

20 kvadrater

Figuren till höger är sammansatt av 20 kvadrater.



Dela figuren i fem sammanhängande delar, varje del ska bestå av fyra kvadrater så att ingen av de fem delarna har samma form.

OBS: Figurerna är **sammanhängande** om varje kvadrat i figuren delar en hel sida med minst en annan kvadrat.

Uppgift 3

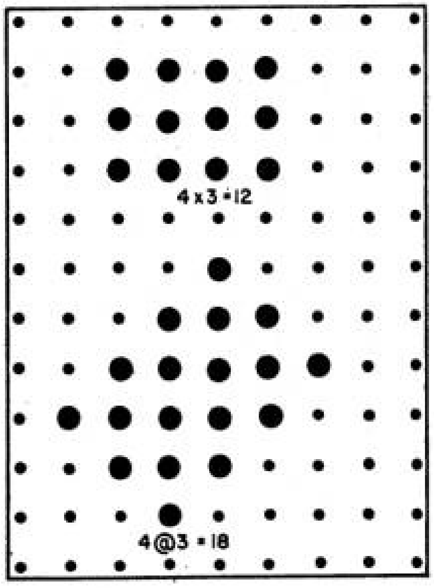
A	B	C	D
ö	b	rm	af

En annorlunda multiplikationstabell

I multiplikationstabellen som vi brukar använda så är 4 · 3 = 12.

Det är tecknat i den övre delen av figuren. Det är 4 prickar längs den ena sidan och 3 längs den andra. Allt som allt får vi 12 prickar.

Den nedre delen av figuren är vriden 45 grader. Där är det också 4 och 3 prickar längs sidorna. Men den figuren innehåller 18 prickar. Vi kan skriva detta som: 4 @ 3 = 18.



a) Gör tabellen till höger färdig:

4 @ 1 =	
4 @ 2 =	
4 @ 3 =	
4 @ 4 =	
4 @ 5 =	
4 @ 6 =	
4 @ 7 =	
4 @ 8 =	
4 @ 9 =	
4 @ 10 =	

b) Gör en regel (med formel eller ord) for 4:ans tabell. Använd regeln för att hitta svaret på 4 @ 20.

c) Gör en regel (med formel eller ord) for 7:ans tabell. Använd regeln för att hitta svaret på 7 @ 8.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	af
		e	

Fotografering
Sju barn skall ställa upp sig för fotografering. De skall stå bredvid varandra, så som fotografen bestämmer.

Ni skall ta fram i vilken ordningsföljd de sju barnen Anna, Erik, Hans, Johan, Maria, Kristina och Petter står när bilden tas på dem.

Upplysningar:

- Anna är nästan längst. Hans är näst minst.
- Johan blev sur för att han inte fick stå bredvid Petter.
- Erik har tre barn på var sin sida om sig på bilden.
- Petter och Maria står ytterst.
- Johan och Kristina står inte bredvid varandra.
- Hans är den enda pojken som står mellan två flickor.
- Kristina fick inte stå bredvid sin bästa vän.

Om ni behöver flera upplysningar, kan ni läsa även följande extra upplysningar, men då mister ni 2 poäng.

- Barnen är uppställd i ordningen från den längsta till den kortaste.
- Kristina och Maria är bästa vänner.

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	f	p	tr
g	s	e	

ONE + ONE = TWO
I uppställningen ovanför ska varje bokstav ersättas med en av siffrorna 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eller 9. Samma bokstav skall alltid ersättas med samma siffra. När alla bokstäverna är ersatta med siffror skall beräkningen stämma.

OBS! Alla talen skall vara tresiffriga. Det betyder att varken O eller T kan vara 0 (noll) .

Hur många olika lösningar kan ni hitta?

Uppgift 6

A	B	C	D
r	s	e	tr

Matematiska modeller
Ni skall hitta vilken modell (paket) som hör till var och en av de olika texterna nedanför:

1. Vattentemperaturen när varmvattenkranen skruvas på och vattnet sedan står och rinner.
2. Jag tänker på ett tal. Vad blir det om man dubblar talet och sedan minskar med talet, därefter adderas 10 och man minskar med talet igen.
3. En metod för att ställa upp matcher och vinnarlag i ett enkelt cup-system.
4. Fem
5. Modell av förhållandet 4 till 7, (4/7, 4:7)
6. Ett indirekt sätt att mäta höjd på.
7. 40 %

a) En påse med 4 brickor av en färg och 7 brickor av en annan färg.

b) En stav (eller pinne) där 2/5 är färgat svart.

c) En graf som visar en funktion som växer svagt mot ett maximum, för att sedan sjunka jämnt till det ursprungliga värdet.

d) Fem pinnar sammanbuntade, fem tärningar, en bricka med romartalet V.

e) $2n - n + 10 - n = ?$

f) En bild av en flaggstång i solen, en meterlinjal, skuggan av meterlinjalen och skuggan av flaggstången.

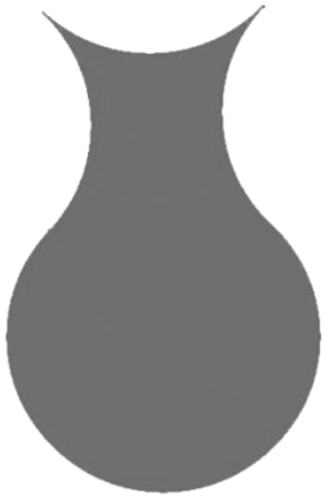
g) Ett träddiagram med 8 förgreningar som går ihop.

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	b	p	g

Kvadrat av en vas

Figuren skall klippas i 4 bitar och limmas ihop till en kvadrat:



Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	h	af
		d	v

Material: 3 filmburkar, 3 st 1-kronor, 3 st 50-öringar.

Filmburkarna

Ni får se tre filmburkar. Den ena innehåller två 1-euron, den andra innehåller två 50-centar och den tredje innehåller en euro och en 50-cent. Alla burkarna är märkta med fel värde:

a) Hur kan ni klara av att hitta vilka burkar som innehåller vilka mynt genom att be om att få öppna bara en burk och se vad den innehåller? Ni får inte öppna burkarna sedan och ni får inte känna om det är skillnad på tyngderna.

b) Hur kan ni klara av att hitta vilka burkar som innehåller vilka mynt genom att be om och få öppna bara en burk och se på bara ett mynt i denna burk? Ni får inte öppna burkarna och ni får inte känna om det är skillnad på tyngderna.

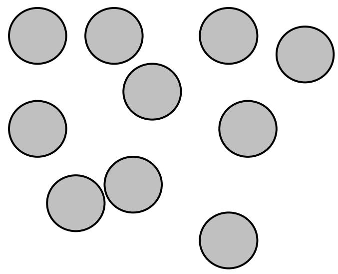
Nationell final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	p	g
			af

Material: 10 brickor.

Från tio till tjugo
Lägg tio brickor så att de bildar så många räta linjer som möjligt, med fyra brickor längs varje linje.

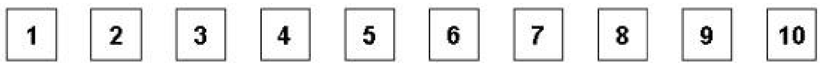


Uppgift 2

A	B	C	D
ö	rm	p	af

Material: 10 kvadrater i storleken 10cmx10cm numrerade 1-10.

Pusselspel



Uppgiften i detta pusselspel är att flytta brickorna så att vi får 5 torn med två brickor i varje torn.

- Endast en bricka får förflyttas åt gången.
- För att flytta en bricka, måste den hoppa över två grannbrickor och landa på den tredje.
- Brickan kan hoppa över två enskilda kort eller över ett torn, som består av två kort.
- När brickan flyttas kan den hoppa över tomma platser, de räknas inte.
- Brickorna kan förflyttas i bägge riktningar, men aldrig landa på en tom plats.

Uppgift 3

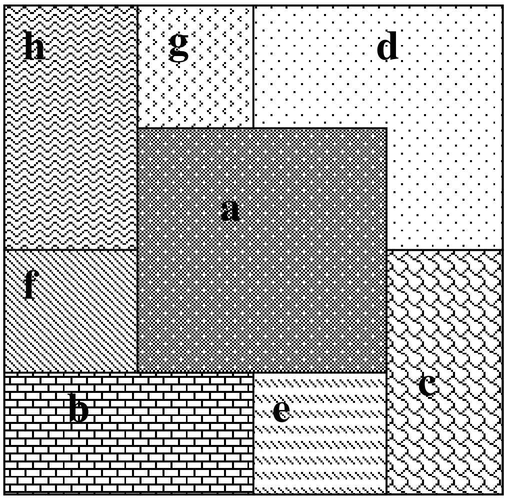
A	B	C	D
ö	s	p	g

Material: 8 lika stora kvadratiska papper i olika färger.

Mönster på färgat papper

Åtta kvadratiska ark, alla i samma storlek placeras ovanpå varandra i en bestämd ordning så att de överlappar varandra såsom visas i figuren.

Ange i vilken ordningsföljd de blivit placerade på varandra för att bilda detta mönster. Börja med det som ligger överst och fortsätt neråt till det som ligger underst.



Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	d	af
		h	tr

Talföljd

Nedan följer upplysningar som skall leda er till en talföljd. Ni ska bestämma det sjunde talet i följden.

Först kommer fyra upplysningar och det är möjligt att lösa uppgiften med hjälp av dessa. Om det behövs fler upplysningar finns ytterligare två upplysningar längre ner, men du förlorar 2 poäng om du använder dig också av dessa.

- Det sjätte talet är fyra gånger det tredje talet, men det är också åtta gånger det första talet.
- Det tredje talet är det andra talet plus ett och det fjärde talet är det tredje talet plus ett.
- Det femte talet är det tredje talet plus det fjärde talet.
- Summan av de sex första talen är tjugo.

Extra upplysningar:

- Det sjätte talet är detsamma som det tredje talet upphöjt till tredje potens.
- Det första och andra talet är lika.

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	p	tr
			af

Gör beräkningar

Uppgift: Placera in så många lappar som möjligt i raderna nedan, så att de bildar riktiga beräkningar. (De färgade rutorna räknas ej.) Använd de lappar som finns under raderna.

1	1	1	1	1	1	2	2	2
3	3	3	3	3	4	4	5	5
5	6	6	6	7	7	8	8	8
9	9	0	0	+	+	–	·	:
=	=	=	=	=				

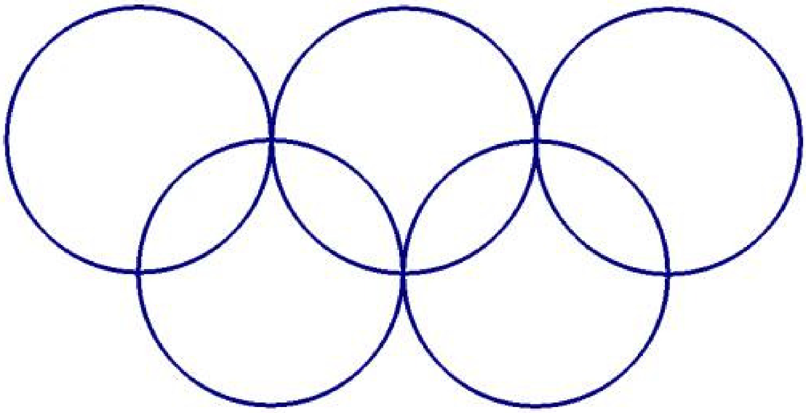
Nordisk final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	p	tr

Olympiska ringar

Det finns fem cirklar placerade som de olympiska ringarna. I de nio olika områdena som skapas av cirklarna ska talen från 1-9 placeras in. Placera alla talen i ringarna så att summan av talen i varje ring är lika stor. Varje tal används bara en gång.



Uppgift 2

A	B	C	D
ö	rm	p	g
	f		

Delning av en kvadrat i tre delar.

a) Dela en kvadrat i tre kongruenta delar. (Kongruent betyder ”lika till form och storlek”. Två kongruenta figurer betyder att man kan lyfta upp den ena och eventuellt vrida den, och sedan lägga den på den andra och då täcker de varandra precis.)

b) Dela en kvadrat i tre lika stora delar (arean lika) där bara två delar är kongruenta. Det finns mer än en lösning.

Uppgift 3

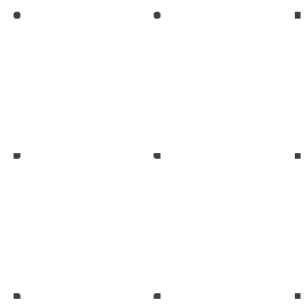
A	B	C	D
ö	s	rm	g
		p	

Längsta sträckan

Villkor:

- Varje punkt ska besöks bara en gång.
- Man får inte korsa en dragen väglinje.

Sök den längsta vägen i figuren med dessa villkor.



Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	h	ss
u			

Kombinationer med hjul

Bills Cykelaffär säljer cyklar, trehjulingar och vagnar. Bill var en före detta matematiklärare och han beslutar sig att ge sina kunder ett problem att lösa. Han berättar följande åt dem:

”I min verkstad har jag en kombination av cyklar, trehjulingar och vagnar som har 17 hjul tillsammans. Om du kan ge mig alla möjliga kombinationer av två-, tre och fyrhjuliga fordon i min verkstad, ska jag ge dig 20 % rabatt på allt du löper i affären.”

Kan du lösa problemet?

a) Hur vet du att du har alla kombinationer?
b) Ge några karaktärer för möjliga kombinationer.

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	f	p	g

Material: kuber

Konstruktioner med kuber

Du ska bygga figurer med minst fyra kuber**.** Varje figur ska vara unik. Unik innebär att den måste vara annorlunda än de andra konstruktionerna om man roterar och/eller vrider figuren. Varje kub måste ha en sida som nuddar minst en annan kubs sida.

Hur många möjliga konstruktioner kan ni hitta?

2005

Inledande omgång 1

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	h	tr
u			

Medaljkrav
I ett motionslopp kom de fem bästa i mål på följande tider.

1t 24min 12s
1t 25min 10s
1t 26min 8s
1t 30min 53s
1t 33min 37s

Alla som kom i mål på en tid som var under genomsnittstiden för de fem bästa plus ytterligare 25 % skulle få en medalj.

Vilken tid måste en löpare komma under för att få en medalj?

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	b	p	tr

Undulater och marsvin
I en djuraffär hade de några undulater och marsvin. Om man lägger ihop antalet huvuden och ben på undulater och marsvin får man summan 31. Hur många undulater och marsvin finns det?

Denna uppgift har två möjliga lösningar och du ska hitta bägge lösningarna för att få poäng.

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		d	

Summa och produkt
Summan är 12. Hur stor kan produkten bli?
Vi kan få summan 12 av flera positiva tal på många sätt: 8+4 och 3+2+7 är bara två av många möjligheter.

Om vi multiplicerar talen i varje summa i våra exempel får vi:
$8 \cdot 4 = 32$
$3 \cdot 2 \cdot 7 = 42$

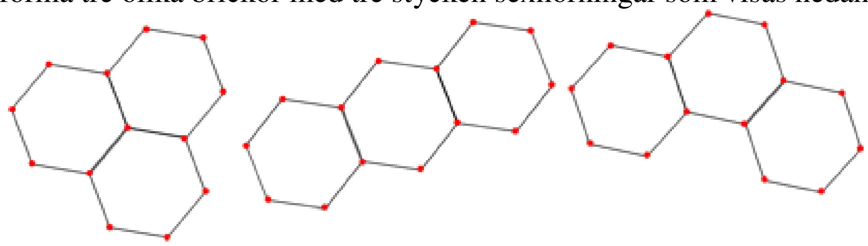
Dela upp 12 i en summa av hela tal så att produkten av talen blir så stor som möjligt.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	g

”Hexagondjur”
Man ska sätta ihop regelbundna sexhörningar så att varje sexhörning delar sidan med en annan sexhörning. När vi satt ihop två eller fler sexhörningar till nya figurer, brickor, kallar vi dem för ”hexagondjur”.

Man ska sätta ihop sexhörningarna så att varje sexhörning delar en sida med en annan sexhörning. Två hexagondjur är lika om de täcker varandra helt och hållet om man speglar eller vrider dem. Man kan forma tre olika brickor med tre stycken sexhörningar som visas nedan.



Hur många olika ”hexagondjur” kan man göra om man har fyra sexhörningar i varje figur?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	h	af
u			

Semlor
Kalle ska träffa Anders och Per. Kalle har gjort semlor till mötet. Det är tre olika pålägg och det finns lika många semlor med skinka, med tomat som med ost.

Kalle, Anders och Per får lika många semlor vardera. Kalle får dubbelt så många med ost som Anders, men bara 1/3 så många med tomat som Per.

Alla tre får mindre än 5 semlor vardera.
Hur många semlor med skinka får Kalle?

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr
r			
g			

Primtal
Ett primtal är ett tal som inte har några andra faktorer än 1 och talet självt, t.ex. 13, 17 och 53.
Det finns några primtal där man genom att kasta om siffrorna får ett nytt tal som också är ett primtal. Till exempel kommer alla kombinationer av siffrorna i talet 199 vara ett primtal, eftersom 199, 919 och 991 alla är primtal.
Mellan 100 och 200 finns det två primtal som har samma egenskap som 199, dvs. kastar man om siffrorna på alla möjliga sätt kommer varje tal att vara ett primtal.

Ta reda på dessa två primtal. Man måste ha bägge primtalen för att få poäng.

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	tr
r			
u			

Nästan en flickklass
I 8:e klassen på Björkskola går det 99 flickor och 1 pojke. Alla är samlade i aulan. Det betyder att det är 99 % flickor i aulan.

Hur många flickor måste gå ut ur aulan för att det ska vara 98 % flickor kvar i aulan?

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	tf	tr
		d	ss

Chokladstänger
Ann, Beatrice, Cecilia och Diana ska fördela 7 chokladstänger mellan sig. Istället för att dela lika börjar flickorna diskutera hur många olika sätt det finns att fördela dessa 7 chokladstänger på 4 flickor. Det är självklart skillnad om till exempel Ann får 1 chokladstång och de andra får 2 var eller om Beatrice får 1 chokladstång och de andra får 2 var.

På hur många olika sätt kan de fyra flickorna fördela dessa 7 chokladstänger mellan sig? (Ingen chokladstång får delas och alla flickorna ska ha minst 1 chokladstång vardera.)

Inledande omgång 2

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	p	tr

En speciell talföljd
Tolv hela tal skrivs efter varandra på en rad. Det fjärde talet är 4 och det tolfte talet är 12. Summan av de tre som står bredvid varandra (tre grannar) är 333 oavsett var i talföljden de tre talen är.

Fyll i talen som saknas i rutorna:

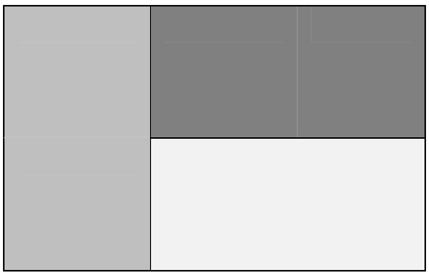
			4								12

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	rm	g
r			af
i			
u			

Från rektangel till kvadrat
Tre rektanglar med samma storlek och form är sammansatt till en större rektangel. Arean av den stora rektangeln är 168 cm^2.

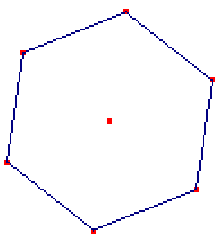
Bestäm arean till en kvadrat som har samma omkrets som den stora rektangeln.



Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	d	g

Trianglar i en sexhörning
Ni väljer ut tre slumpmässiga hörn i en regelbunden sexhörning (alla sidor är lika långa och alla vinklar är 120°).



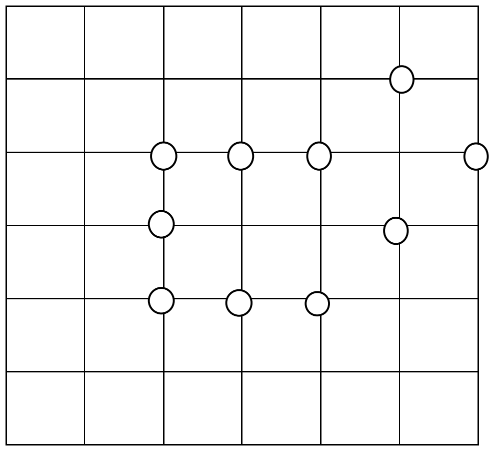
Vad är sannolikheten för att triangeln som bildas av dessa tre hörn är en likbent eller liksidig triangel? Ange svaret i %.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	p	g

Go
Go är ett japanskt spel där spelarna antingen placerar vita eller svarta brickor i kryssen på ett rutnät. Uppgiften består i att fånga kryssen innanför ett område man skapat med brickorna.

I exemplet på figuren är det 10 brickor utlagda för att fånga 3 stycken kryss.



Vad är det största antal brickor man kan fånga med 12 brickor?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	tf	ss
	s	h	tr

Tärningskast
När tre vanliga tärningar kastas, vad är då mest sannolikt av alternativ a, b, c eller d nedan?

a) delbar med 3
b) ger 1 till rest när summan delas med 3
c) ger 2 till rest när summan delas med 3
d) alla tre alternativen ovanför har samma sannolikhet.

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	tf	tr
		h	

Morotsjuice
En juicemaskin används till att producera morotsjuice. Den första gången du pressar morötterna får du ut en fjärdedel av juicen. För varje gång du pressar morötterna efter detta, får du ut en fjärdedel av den juice som är kvar i morötterna.

Hur många gånger ska morötterna pressas för att du ska få ut minst två tredjedelar av juicen?

a) 2 gånger
b) 4 gånger
c) 6 gånger
d) 8 gånger
e) Omöjligt oavsett antal pressningar

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	g
		e	

Var kan Kari bo?
Avståndet från Karis hus till rådhuset är exakt dubbelt så stort som avståndet från huset till kyrkan. Du ska leta efter huset till Kari. Hur ska du leta för att vara ***helt säker*** på att hitta Karis hus?

a) I en bestämd punkt på linjen mellan rådhuset och kyrkan.
b) Antingen i en punkt mellan kyrkan och rådhuset eller i en punkt på förlängningen av linjen mellan kyrkan och rådhuset.
c) Längs en cirkel men centrum i kyrkan.
d) Längs en rät linje som är vinkelrät mot linjen mellan rådhuset och kyrkan.

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Palindromtal
Ett palindromtal är ett tal som ”läses” lika framlänges och baklänges. 1331 är ett exempel på ett sådant tal. 123454321 är ett annat exempel.

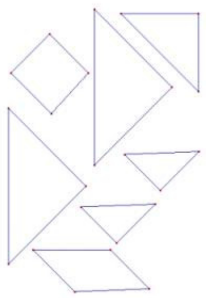
a) Hitta ett palindromtal mindre än 100 000, som är delbart med 3, där produkten av siffrorna blir 200.
b) Hur många palindromtal finns det med egenskapen att produkten av siffrorna är 200, men 1 är inte en siffra i talet?

Semifinal

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	p	g

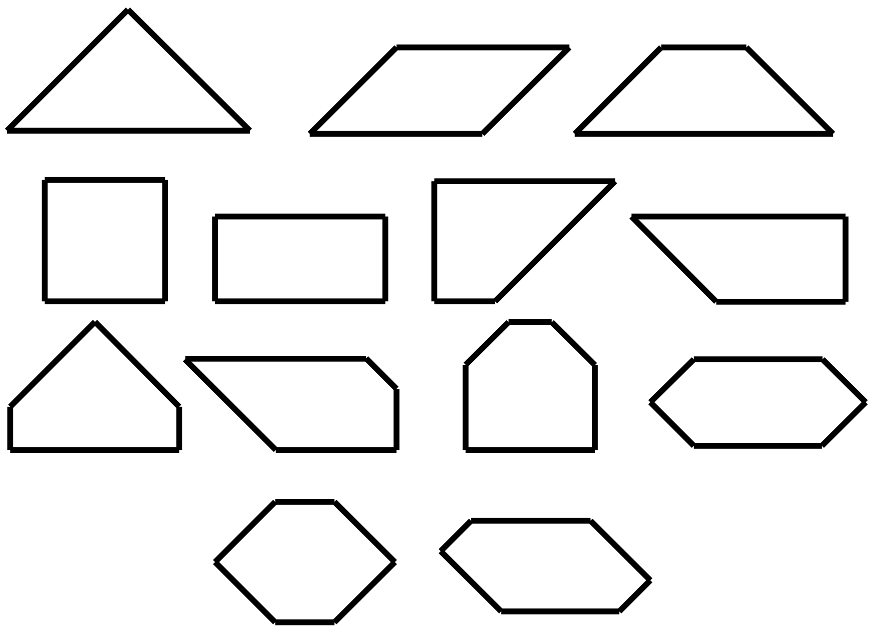
Material: 7 tangrambrickor.



Geometriska figurer
Av de sju tangrambrickorna du har (se figuren till vänster) är det möjligt att bilda alla de 13 olika figurerna nedan.

Du skall visa hur man använt de 7 brickorna för att bilda varje figur. Lösningarna ritas på ett papper. Observera att storleken som är beroende av brickornas storlek inte behöver vara exakt, det är den rätta formen som gäller.

För att få maximal poängsumma på denna uppgift skall du kunna bilda 5 av figurerna nedan, så att alla sju bitarna i ett tangramset har använts i varje figur.



Uppgift 2

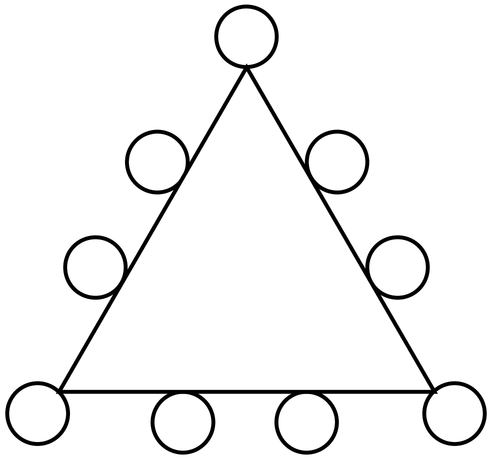
A	B	C	D
ö	s	p	ss
u			

Mynt på rad
Du har 3 st. 50-cents mynt och 3 st. 1-euros mynt. Dessa mynt skall placeras helt slumpmässigt på en rad. Vad är då sannolikheten att både det första och det sista myntet är 50 cents mynt?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Den magiska summan
Det finns 9 sifferkort med talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9. Placera ut alla nio tal i var sin cirkel så att summan av de fyra talen vid varje sida är densamma (*den magiska summan*)



a) Rita in en lösning. Vilken är den magiska summan?
b) Vilken är den *minsta* och den *största* magiska summa som det är möjligt att finna? Du behöver inte rita in dessa lösningar utan enbart skriva in summorna.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		e	

En sjusiffrig kod
Hitta en sjusiffrig kod. Du vet att:

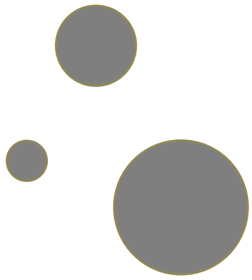
- de första tre siffrorna är tre på varandra följande hela tal i en avtagande följd.
- summan av dessa tre första siffror är 18 och deras produkt är 210.
- det bland de fyra återstående siffrorna finns tre primtal som är ordnade i stigande storlek, men den näst sista siffran är inte ett primtal.
- produkten av de fyra sista siffrorna är 336.

Uppgift 5

Logoproblem
En grafisk designer skall göra en logo för en firma. Det är bestämt att

A	B	C	D
ö	s	p	g
	f		

logon skall bestå av tre cirklar som är placerade som figuren visar:



Dessutom skall det finnas en fjärde cirkel som tangerar (det vill säga berör i exakt en punkt) alla de tre andra cirklarna på en gång.

Hur många olika logon kan det bli? Rita alla lösningarna.

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr
	f	e	

Ett speciellt tal
Sök alla tal som har följande tre egenskaper:

a) Talet bör vara ett positivt tal som är mindre än 100.
b) Om du ökar talets värde med 2 blir talet delbart med 6.
c) Summan av talets siffror är delbar med 7.

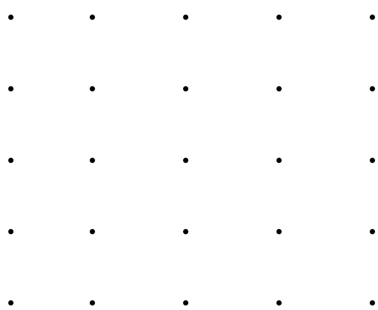
Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	g
r	rm		

Material: Geobräde, gummisnodd

Kvadrater
Du har ett geobräde och en gummisnodd. Det är lätt att göra kvadrater med arean 1, 4, 9 och 16.

Om det är möjligt skall du nu göra kvadrater med arean 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10 och 12.



Nationell final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	h	tr
rm			

Talmagi
Det finns 5 kort med tal. Dessa används till talmagi på följande sätt:

Be någon tänka på ett heltal mellan 1 och 32. Be dem därefter peka på de kort där det tänkta talet finns. Nu kan ni avslöja vilket talet är genom att addera talen överst i vänstra hörnet på alla kort som blev utpekade.

Ex: Tänk på talet 14. Det finns på korten B, C och D. 2+4+8=14.

Förklara hur talkorten är gjorda och varför taltricket alltid fungerar.
Lägg märke till att de avgörande talen är: 1 2 4 8 16.

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

A

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

B

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

C

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

D

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

E

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	rm	g
f			

Fem brickor
Placera ut fem brickori ett 5 · 5 rutmönster så att det aldrig är två brickor i samma rad eller samma kolumn eller längs samma (huvud)diagonal

Hitta så många olika lösningar som möjligt

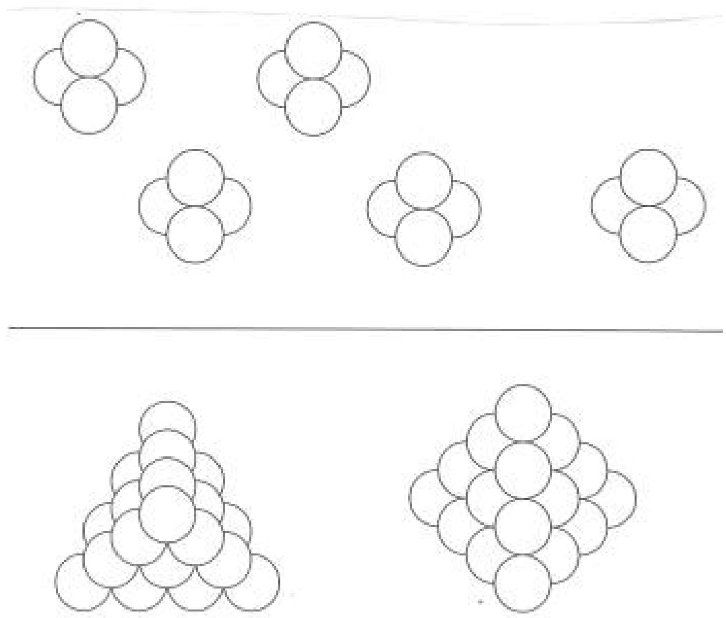
Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	p	g
	rm		

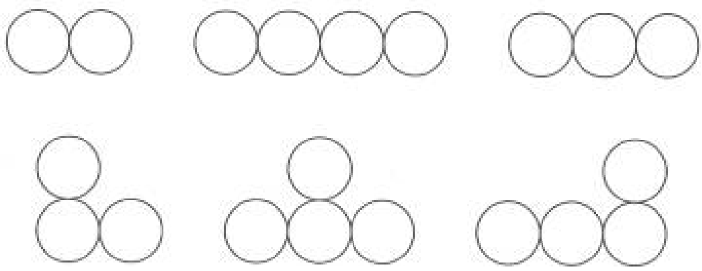
Material: pusselspel

Pyramidpussel
Du har två set av pusselspel. Det ena med 5 bitar och det andra med sex bitar. Varje pusselspel ska bli en tetraed (en triangelpyramid där alla sidoytorna är liksidiga trianglar).

Pusselpel 1 består av 5 likadana bitar (visas i den övre delen av figuren) som ska bli en tetraed.
Till vänster i den nedre delen av figuren, är tetraeden sedd rakt uppifrån och till höger är den sedd från sidan.



Pusselspel 2 består av 6 olika bitar som ska bli en tetraed.



Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	h	v

De förälskade paren

Tre nyförälskade par kommer till en älv där en liten båt skall ta dem över älven. Men båten rymmer bara två personer åt gången. Alla tre männen är mycket svartsjuka och tillåter inte sin käresta att vara tillsammans med någon annan man om han själv inte är med (varken i båten eller på land).

Hur många gånger måste båten korsa älven för att få över alla till den andra sidan?
Visa hur det kan gå till.

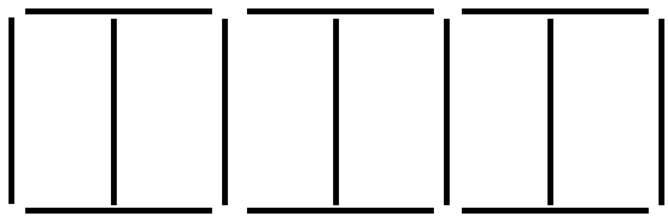
Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	p	g
		rm	

Material: 13 tändstickor

Kongruenta figurer

Genom att använda 13 tändstickor kan ni göra en figur med sex kongruenta (samma form och samma storlek) områden så som figuren visar. Ta bort en tändsticka och gör en ny figur med 12 stickor som också har sex kongruenta områden.



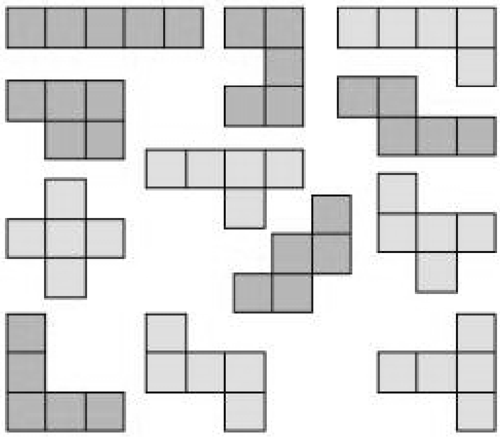
Nordisk final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	p	g
g	f	h	

Material: En uppsättning pentominobrickor.

Tredimensionella pentomino
Du har ett set med pentominobrickor. Varje pentominobricka är sammansatt av fem små kuber:



Bygg en symmetrisk figur (symmetrisk när man betraktar den från ett plan). Ju fler brickor du använder desto bättre.

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	tr
	rm		

Talpyramid
Du har en trekantig pyramid och några talflaggor. I de tre hörnen på bottensidan ska du placera tre tal. På var sidoyta ska du placera ett tal som är summan av de tre talen på sidoytorna. Talet i topp är 20.

Placera de sex andra talen så att det stämmer när:

a) alla talen som placeras ut är olika tal
b) det är tillåtet att ha samma tal flera gånger.

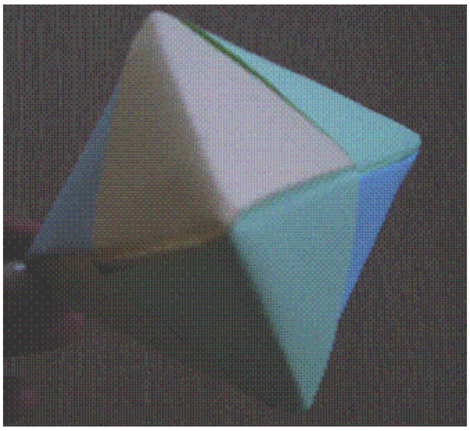
Finns det mer än en lösning?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	rm	g
			af

Material: Eventuellt fyra tetraedrar.

”Dubbel” tetraeder
Du har fyra ”dubbel”tetraedrar som visas på bilden.



a) Förklara hur figuren är uppbyggd

b) Hitta uttryck för arean (hela begränsningsarean) till figuren när sidan i den liksidiga triangeln som delar figuren i två lika delar är s.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	h	tr

Vilket tal tänker jag på?
Läraren tänker på två efterföljande tal från 1 till 10. Två elever får en lapp med var sitt av de två talen.

Elev 1: Jag vet inte vilket tal du har.
Elev 2 Och jag vet heller inte vilket tal du har.
Elev 1: Men då vet jag talen!

Kan du hitta alla lösningar och förklara hur du tänker. (Det finns fyra lösningar.)

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	p	v
		h	

Mörkrädd
En familj ska genom en mörk tunnel. Alla är mörkrädda, men de har en ficklampa som klarar att lysa i 12 minuter.
Det kan högst passera två människor genom tunneln åt gången och då måste de gå med den fart som den långsammaste klarar av.
Pappan klarar att gå igenom på 1 minut, mamman på 2 minuter, sonen på 4 minuter och dottern på 5 minuter.

Klarar du det? I så fall måste du visa och förklara hur du gjorde. Om du inte klarar att gå igenom med familjen i tunneln på just 12 minuter ska du visa och förklara hur många minuter som behövs.

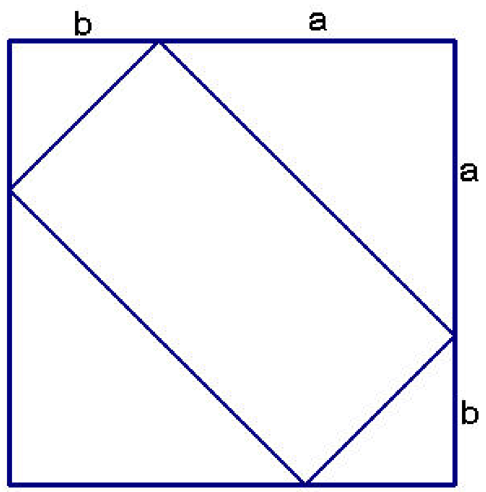
2006

Inledande omgång 1

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	rm	g
r		h	
u			

Rektangeln i kvadraten
Rektangeln på figuren är placerad så att hörnen delar upp sidan på kvadraten i förhållandet 1:2, dvs. a är dubbelt så lång som b. Hur stor del av kvadratens area är täckt av rektangeln?



Välj rätt alternativ:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{1}{4}$

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	af
		e	

Vem utövar vilken idrott?
Anna, Eva och Hans utövar alla följande idrotter: fotboll, handboll, slalom, basket, tennis och golf.

Ingen av dem utövar samma idrott som någon av de andra.

- Slalomåkaren och tennisspelaren går på bio med Anna.
- Eva är granne med tennisspelaren.
- Hans vann över Eva och basketspelaren i monopol.
- Fotbollsspelaren åt lunch med slalomåkaren.
- Basketspelaren är släkt med handbollspelaren.
- Fotbollsspelaren fick ett SMS av basketspelaren.

Vilka idrotter sysslar Anna, Eva och Hans med?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	p	tr

Peters ekonomi
Karin frågar Peter om hon kan få låna 100 € av honom.
”Nej, jag hade 100 €, men nu har jag köpt för en del av dessa pengar.” säger Peter.
Karin frågar hur mycket pengar han köpt för.
”Jag har köpt för exakt $\frac{1}{4}$ av det jag har kvar” svarar Peter

Hur mycket har Peter kvar?

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	ab	af
		d	
		h	

Vad händer?
Här är ett exempel på vad som händer med ett tal när man använder ☻på det:

3 ☻ 9 10 ☻ 100 1 ☻ 1

Här är ett exempel på vad som händer med ett tal när man använder ▲på det:

1 ▲ 5 20 ▲ 43 91 ▲ 185

När ☻och ▲ kombineras, får vi:

3 ☻▲ 21 och *n* ☻▲ 53

n är ett positivt heltal. Vilket är talet?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	d	tr
		h	

Apelsinpyramid
En stapel med apelsiner bildar en ”pyramid” med en rektangulär botten som mäter 5·8 apelsiner
Varje apelsin som är över denna nivå vilar i en grop som bildas av fyra apelsiner i lagret under. Överst i denna ”pyramid” är det en enkelrad med apelsiner.
Hur många apelsiner ingår i pyramiden?

Välj rätt alternativ:
a) 100 b) 144 c) 80 d) 120 e) 62

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Ett åttasiffrigt tal
Gör ett åttasiffrigt tal med siffrorna 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 så att det är en siffra mellan ettorna och två siffror mellan tvåorna och tre siffror mellan treorna och fyra siffror mellan fyrorna.

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		e	

Linjalen
En linjal är precis 12 enheter lång. Men den har bara streck på ett ställe, som är 1 enhet från ena änden. Man ska placera tre extra streck på linjalen så att linjalen kan användas till att mäta alla heltal från 1 till 12 enheter. Mätningen ska ske genom att linjalen används endast en gång.

Hur många enheter från ena änden ska man placera de tre strecken, mätt från ändan där 1-enhetsstrecket sitter närmast)

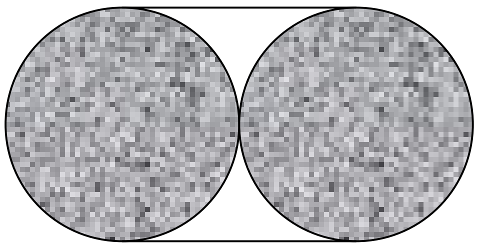
Det finns flera lösningar, men vi vill ha den lösning där strecken är närmast möjligt det streck som redan finns på linjalen.

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	rm	tf	g
r		rm	tr
u			

Tangerande cirklar
Radien i cirklarna är 1 dm. De tangerar varandra (berör varandra i en punkt).

Hur stor är arean av de vita områdena i figuren?
Ange arean med två decimaler. (Två siffror efter kommatecknet.)



Inledande omgång 2

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	rm	tr

Ett bestämt mönster
De naturliga talen från 2 och uppåt är skrivet i ett bestämt mönster fördelat på 5 kolonner.

a) I vilken kolumn finns tal 1000 om mönstet fortsätter?
b) I vilken kolumn förekommer talet 2398?

A	B	C	D	E
	2	**3**	**4**	**5**
9	**8**	**7**	**6**	
	10	**11**	**12**	**13**
17	**16**	**15**	**14**	
	18	**19**	**20**	**21**
25	**24**	**23**	**22**	
	.	.	.	.
.	.	.	.	
	.	.	.	.

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	f	p	tr

Bråk med en femtedel
Genom att ordna siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9 , är det möjligt att skriva ett bråk som kan förkortas till $\frac{1}{4}$. Detta kan göras som nedanstående exempel:

$$\frac{1}{4} = \frac{7956}{31824}$$

Uppgiften går ut på att placera alla siffrorna 1, 2, 3, 4, 5,6 ,7 ,8 och 9 så att det bildas ett bråk som kan förkortas till $\frac{1}{5}$.
Det finns många rätta lösningar men redan 3 st ger full poäng.

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	tf	af
r			
i			

Språkintresse
20 elever blev på måfå utvalda till en undersökning.
I undersökningen framkom att 5 elever hade valt spanska, 6 elever hade valt franska och 12 elever hade valt tyska.

Det visade sig också att 3 av eleverna hade både spanska och tyska, 2 av eleverna hade valt både franska och tyska och 1 elev hade valt alla tre språken.

Hur många elever hade inte valt något av de tre språken?

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	h	af
r			
u			

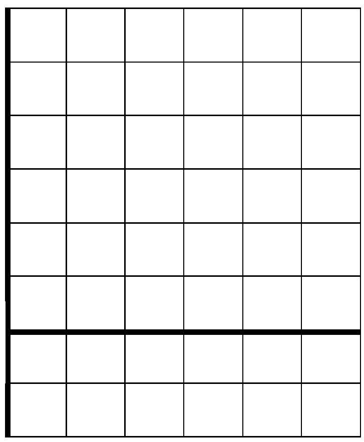
Pers motionsspprogram
Per gick totalt 117 km. Han startade på söndag morgon och slutade på måndag kväll lite mer än en vecka senare. Varje dag gick han 1 km längre än dagen innan.
Hur många km gick han på onsdagen?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	rm	tf	af
u		p	

Harens väg
En hare hoppar från punkt (0,0) till punkten (6,0). Varje hopp som startar i en punkt(x,y) måste gå till punkten (x+1, y+1) eller (x+1, y-1). Haren kan INTE hoppa till en punkt under x-axelns, för där är det farligt för haren.

Hur många olika vägar kan haren välja från (0,0) till (6,0)?

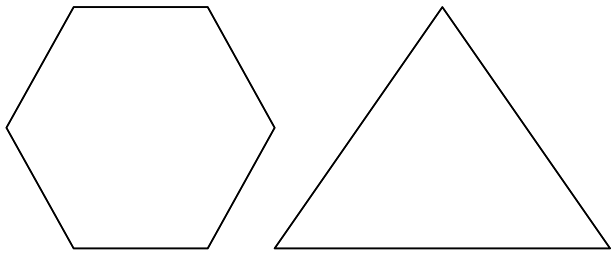
(0,0)

(6,0)

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	rm	g
r			
u			

Geometriska figurer
En regelbunden sexhörning (alla sidor och alla vinklar är lika stora) och en liksidig triangel har lika stor omkrets.

a) Vilken figur har störst area?
b) Hur många procent större är den arean än den andra arean?



Uppgift 7

A	B	C	D
ö	b	tf	tr
		p	

Hudkojsbygge
En klass tog på sig ett uppdrag att bygga 10 hundkojor till en kennel. Kenneln ville ha alla hundkojorna färdigbyggda under en månad. För varje färdig hundkoja skulle klassen få 400 €, men för varje hundkoja som inte var färdigbyggd under denna månad skulle klassen betala en straffavgift på 100 €. Då månaden var slut hade klassen tjänat 1500 €.

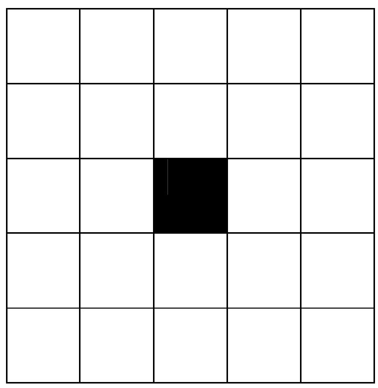
Hur många hundkojor hade klassen klarat av att bygga färdiga?

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	p	g
		d	

Den svarta kvadraten
I ett rutnät på $5 \cdot 5$ kvadarater kan vi hitta kvadrater med storleken $1 \cdot 1$ ruta, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$, $4 \cdot 4$, och $5 \cdot 5$ rutor.

I hur många av dessa kvadrater hittar vi den svarta kvadraten?



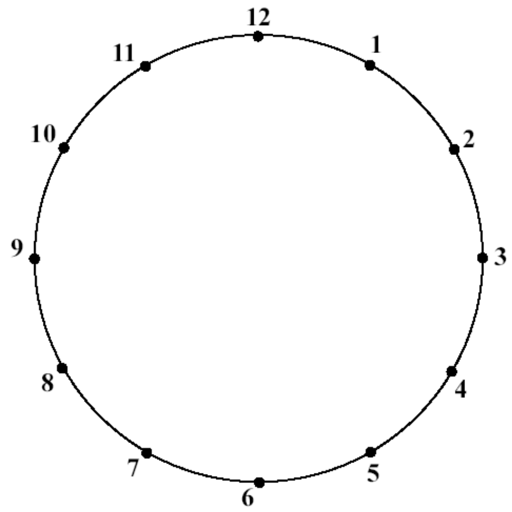
Semifinal

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	p	g
		rm	

Klockrektanglar
Nedan finns en klockskiva där de hela timmarna är markerade.
Hur många rektanglar kan du rita genom att använda heltalspunkterna som hörn?

Rita och förklara.



Uppgift 2

A	B	C	D
ö	b	ab	tr

Påskäggen
Gustav hade dekorerat några påskägg som han ville ge bort som gåva:

- Först fick hans mor hälften av alla ägg han hade plus ett halvt ägg.
- Därefter fick hans farfar hälften av de ägg som var kvar plus ett halvt ägg
- Därefter fick hans morbror hälften av de ägg som nu var kvar plus ett halvt ägg.
- Till slut fick hans syster hälften av de ägg som nu var kvar plus ett halvt ägg.

Då hade Gustav gett bort alla sina ägg.

Hur många ägg fick varje familjemedlem?
Hur många påskägg hade Gustav dekorerat?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	rm	rm	tr
		p	af

Hablonger

De tre talkorten nedan är *hablonger.* (Hablong är ett påhittat ord för att tala om att korten ovan har en viss egenskap som korten under inte har)

6	**72**	**36**	**48**	**60**	**12**
18	**24**	**6**	**30**	**18**	**42**

Inget av de tre talkorten nedan är *hablonger*

15	**12**	**7**	**49**	**2**	**24**
48	**20**	**28**	**70**	**32**	**16**

Ett av de fyra talkorten nedan är en *hablong*. Vilket är det?

9	**27**	**78**	**18**	**5**	**25**	**3**	**15**
45	**81**	**84**	**90**	**50**	**35**	**9**	**17**
A		**B**		**C**		**D**	

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	tr
g			

Från tal till tal
Nedan ser du en kvadrat med rutor och det finns tal i de olika rutorna. Starta vid pilen överst till vänster och flytta en spelbricka från ruta till ruta för att gå ut vid pilen nederst till höger
Du får själva välja hur många rutor du passerar mellan den första och den sista rutan.
Spelbrickan kan bara röra sig vågrätt eller lodrätt och bara en ruta åt gången. Medan du flyttar spelbrickan skall du räkna ut hur många poäng brickan samlar in under färden genom rutnätet.
Det görs på följande sätt:

- Första rutan ger så många poäng som talet visar.
- Andra rutan ger två gånger talet som står där.
- Tredje rutan ger tre gånger talet som står där.
- Fjärde rutan ger fyra gånger talet som står där.
- Och så vidare

Rita vägen som ni anser ger den högsta poängsumman och räkna ut hur stor den summan blir.

5	-5	6	-3
-2	10	-8	7
9	-6	4	-4
-1	4	-5	1

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	d	tr
r		p	

Jung-run Chens påstående
År 1973 påstod kinesen Jung-run Chen att alla jämna tal kan skrivs som: $a + b \cdot c$ där a, b och c är primtal.
Till exempel kan vi skriva $8 = 2 + 2 \cdot 3$

Primtalen under 40 är: 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 -37

a) Undersök Jung-run Chens påstående för tre på måfå valda jämna tal mellan 10 och 30.

b) Skriv 38 på så många sätt som möjligt på formen $\boldsymbol{a + b \cdot c}$ där a, b och c är primtal.

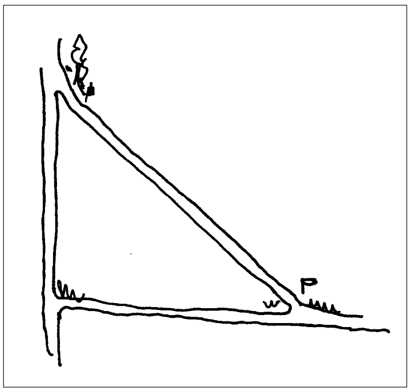
c) Förklara hur du kan veta att du har fått med alla möjligheter för talet 38.

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	rm	d	g
u		rm	
r			

Bollplanen
På ett område som är avgränsat av tre vägar skall det anläggas en liten bollplan.

Bollplanen ska ha formen av en rektangel och den skall ligga inuti den rätvinkliga triangeln.



Se figuren bredvid. Kateterna är 60 m och 80 m. Hypotenusan är 100 m.

Hur bör man placera bollplanen för att den ska ha så stor area som möjligt.

Rita lösningen och beräkna arean av rektangeln.

Förklara hur rektangeln ska placeras för att den ska bli så stor som möjligt.

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	p	af
	rm	rm	

Från hörn till hörn.
Den vita brickan skall flyttas till det tomma fältet.

Självklart måste du flytta även svarta brickor för att skapa väg för den vita brickan.

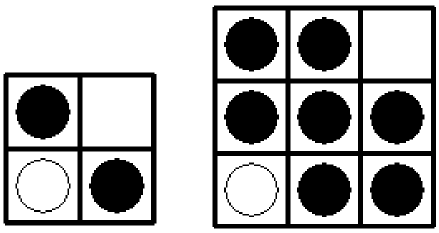
Du kan flytta en bricka till en ledig grannruta men inte diagonalt.

a) Vilket är det minsta antal flyttningar som är möjligt att klara utmaningen på med olika storlekar på spelplanen?

i) 2x2 rutor?

ii) 3x3 rutor?

iii) 4x4 rutor?



b) Ser du ett mönster i uppgift a)? Hur många gånger måste du flytta den vita brickan på en spelplan med storleken 10x10 rutor?

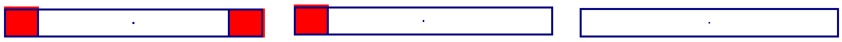
Förklara hur du tänker.

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	b	h	ss

Färgad eller ofärgad?

Du har tre pinnar som är färgade enligt följande:



Färgad i båda ändarna. Färgad i ena änden. Ofärgad.

Pinnarna är dolda så att du inte ser dem.

Du tar tag i en pinnända på måfå utan att se hur den ser ut (i din hand). Du skall nu gissa vilken färg den dolda ändan har när du ser den andra ändan av pinnen.

Är det störst chans för att få rätt om du gissar

A. Samma typ av ända som du ser. (Färgad ända om du ser en färgad ända, ofärgad ända om du ser en ofärgad ända)

B. Motsatt typ till det du ser. (Färgad ända om du ser en ofärgad ända, ofärgad ända om du ser en färgad ända)

C. Eller är det lika stor chans för att få rätt oavsett hur du väljer?

Nationell final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	p	g
		rm	

Material: Ett kvadratiskt papper

Från kvadrat till liksidig triangel.
Utgå från ett kvadratiskt papper. Vik pappret så att det blir en liksidig triangel där en av sidorna i kvadraten utgör en av sidorna i triangeln.

Förklara hur du har vikt och varför det är en liksidig triangel

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	tr
	b	rm	

Material: 100 små kuber (eller makaroner)

Fördelning av kuber
Använd 100 små kuber och 5 koppar som är markerade med nummer 1, 2, 3, 4 och 5. Fördela kuberna i kopparna enligt nedanstående sätt:

a)
- Kopp nummer 2 innehåller 2 kuber mer än kopp nummer 1
- Kopp nummer 3 innehåller 2 kuber mer än kopp nummer 2
- Kopp nummer 4 innehåller 2 kuber mer än kopp nummer 3
- Kopp nummer 5 innehåller 2 kuber mer än kopp nummer 4

Hur många kuber är det i varje kopp?

b) Fördela kuberna på liknande sätt som i a), men den här gången skall varje kopp innehålla 4 mer än den förgående koppen. Hur många blir det i varje kopp då?

c) Och hur många blir det i varje kopp om varje kopp innehåller 6 mer än föregående kopp?

d) Fördela kuberna på liknande sätt som i b) men den här gången skall varje kopp innehålla *n* st kuber mer än föregående kopp. Hur många kuber blir det i varje kopp?
Vad är det största värdet *n* kan vara om inte den första koppen ska vara tom?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	rm	ss
r		rm	
g			

Material: En låda eller påse, 7 bollar i tre olika färger, t.ex. 1 röd, 2 blåa och 4 gula

Bollar i påsen.
Eleverna får bara veta att det är 7 bollar i påsen och att alla bollarna inte har samma färg. Utmaningen består i att ta reda på hur många bollar det är av varje färg.

Läraren tar på måfå en boll upp ur påsen och visar färgen och elevena noterar färgen. Bollen läggs tillbaka i påsen och bollarna blandas igen En ny boll tas upp ur påsen och färgen noteras. Detta upprepas tills man gjort 10 observationer. (Grupperna har nu möjlighet att leverera in svaret till domarna.)

Därefter upprepas proceduren med ytterligare 10 observationer och färgerna noteras varje gång. (Grupperna får nu igen möjlighet att leverera in ett svar till domarna.)

Därefter upprepas proceduren med ytterligare 10 gånger och färgerna noteras . (Grupperna får återigen möjlighet att leverera in svar till domarna.)

Så håller det på tills alla elevgrupper lämnat in svar.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	h	tr

Korttrix
Läraren har en kortlek med kortvärdena 1-9. Eleverna i klassen drar 2 kort vardera och gör sedan tvåsiffriga tal av dessa kort. Exempel: 5 och 8 ger talen 58 och 85.

Hitta summan av de tvåsiffriga talen. Exempel: 58+85=143
Den nya summan delas av summan av de värden som korten visade. Exempel: 8+5=13

Därefter divideras summan av de tvåsiffriga talen med summan av de ensiffriga talen. Exempel: $\frac{143}{13}=11$

Alla får samma svar oavsett vilka kort man har dragit. Förklara varför det blir så.

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		ab	

Dela lika
Man har tre bägare. Den ena är fylld med 8 dl ris. De andra två är tomma. En av bägarna är märkt med 5 dl och den andra är märkt med 3 dl.
Använd bägarna till att mäta upp riset så att du till slut har två bägare med 4 dl ris i vardera.
Förklara hur du kom fram till lösningen och varför det blev rätt.

Nordisk final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	f	p	g
g		rm	

Material: Pentablock.

Femhörningar
Använd pentablock-bitar (PentaBlocks®) och skapa så många olika femhörningar som möjligt genom att lägga samman block.

Jämför areorna på de olika femhörningarnas du skapat.

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	rm	g
r			
u			

Material: Tre kärl med olika volymer ris, varav ett motsvarar lådans volym.

Ris i en låda
En låda har sidor som är

- 96 cm^2
- 252 cm^2
- 168 cm^2

Vad är de möjliga dimensionerna på denna låda i hela centimeter? Ange lådans höjd, längd och bredd.

(Välj rätt mängd ris som kommer att fylla lådan.)

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Pilkastning
En speciell variant av spelet dart kan ge dig följande värden med en pil:
11, 16, 23, 26, 29 eller 40.

Försök hitta så många sätt som möjligt att få exakt värdet 100 poäng.

Hur många pilar behövs varje gång?

Vad är det minsta antalet pilar som behövs för att få exakt 100 poäng?

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	rm	g
		e	af

Material: Geobräde och gummisnoddar.

Pappersbiljard
Pappersbiljard spelas på ett rektangulärt rutmönster med “hål” i de fyra hörnen.

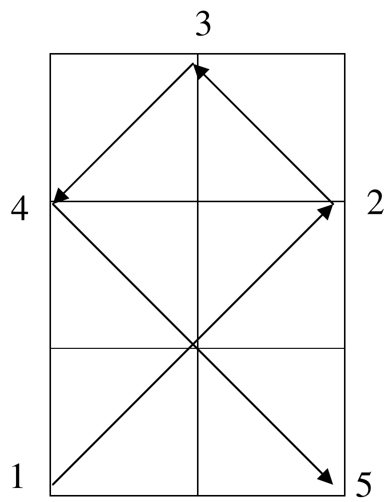
Varje boll skjuts iväg från det nedre vänstra hörnet med en vinkel på 45 grader och dess väg på rutnätet markeras tills bollen ramlar ner i något ”hål” .

Bilden föreställer en 2x3 rutnät med 5 studsar (inkluderat start och mål) och 6 fyrkanter som bollen passerat.

Undersök större rutnät för att hitta sambandet mellan antal studsar och antalet fyrkanter som passerats.

Vilken är dimensionen på ett rutnät som kommer att ha 30 fyrkanter passerade och 8 studsar?

Visa lösningen på ett geobräde.



Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	e	tr
		p	
		rm	

Meddelandet
Du får följande meddelande:
HOPE – YOU = WIN

Olika bokstäver står för olika siffror. O=0

Du måste hitta alla lösningar och om du menar att det bara finns en möjlig lösning, ska du kunna förklara varför.

2007

Inledande omgång 1

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	h	tr
	s		

Ett tal med många siffror

Siffrorna i talet 12345678910111213 … 997998999

har man fått genom att skriva de naturliga talen 1, 2, 3, 4, 5, ..., 998, 999 efter varandra.
Vad blir då den 2006:e siffran räknat från vänster?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7 i) 8 j) 9

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	b	rm	g
u	s	h	af
r			

Rektanglar
Två olika rektanglar , R1 och R2, har båda arean 360 kvadratcentimeter (cm^2). Längden av en sida i rektangeln R2 är 12 centimeter (cm) längre än motsvarande sida i R1. Den andra sidan i R2 är är 5 centimeter (cm) kortare än motsvarande sida i R1.
Hur stor är differensen mellan omkretserna till de två rektanglarna?

Ange svaret i centimeter.

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		h	
		e	

Hemligt tal
Sök ett fyrsiffrigt tal där

- alla siffrorna är olika
- antalet tusental är tre gånger så stort som antalet tiotal
- talet är ett udda tal
- siffersumman av talet är 27

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	tr
g		d	

Sifferprodukt och siffersumma
Hur många tvåsiffriga tal finns det med följande egenskap?
När du adderar produkten av siffrorna med summan av siffrorna får du talet själv.

a) ingen b) ett c) två d) fem e) åtta f) nio

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	rm	v
u	s		
	rm		

Cykla till tåget
Mats ska cykla med sin racercykel för att hinna till tåget.
Det är 60 km till järnvägsstationen. De första 20 km är det svag uppförsbacke och då håller Mats en jämn hastighet, 20 km/h. De följande 20 km är plan väg och här håller Mats hastigheten 30 km/h hela tiden. De återstående 20 km är det svag nedförsbacke och här håller Mats den jämna hastigheten 40km/h. Tåget avgår klockan 10.45. Mats skall beräkna när han måste cykla hemifrån och tänker på följande sätt: ”Medelhastigheten kommer att vara 30 km/h. Då måste jag åka hemifrån klockan 08.40”.

Kommer Mats att hinna med tåget? Hur många minuter kommmer han för tidigt/sent?

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	b	tf	g
u	s		
r			

Femhörning i koordinatsystemet
Bestäm arean av femhörningen med hörnen i punkterna
(8, 10), (0, 6), (0, –2), (12, –2) och (12, 6) i koordinatsystemet.

Uppgift 7

A	B	C	D
u	b	d	af
ö	s	h	

Bokserie
En bokserie på sju böcker blev publicerade så att det kom ut en bok vart 9:e år. Då den sjunde boken blev publicerad var summan av publikationsåren 13601. Vilket år blev den första boken publicerad?

Uppgift 8

A	B	C	D
u	s	d	ss
r		h	
i			

Tärningskast
Tre tärningar kastas samtidigt. Hur många kombinationer av tal på de tre tärningarna kommer att ge en summa som är mindre än eller lika med 5 och hur många olika kombinationer är möjliga?

Svar: _______ kast av ________ möjliga kombinationer.

Inledande omgång 2

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	tf	g
u	rm	rm	

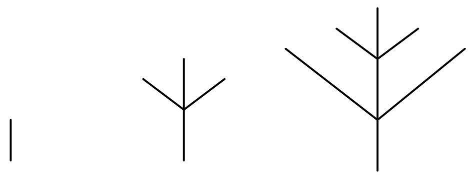
Betande get
En get har bundits vid hörnet av ett litet hus med ett 6 m långt rep. Huset är 3 m brett och 4 m långt. Det är gräs runt hela huset. Hur stor area kan geten beta på? Ange svaret i hela kvadratmeter.

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	b	tf	tr
i	s	h	

Ett tänkt träd
Tänk dig ett träd som växer på ett helt speciellt sätt. Efter ett år finns det bara en 5 cm hög stam. Efter detta växer trädet varje år 5 cm och dessutom växer det ut två grenar som båda är 5 cm långa. Varje gren växer 5 cm på ett år.

Bestäm höjden och den totala längden på trädet inklusive stammen och grenarna efter:



a) 4 år. b) 10 år.

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	s	h	v

Året 2007
Vilket år kommer kalendern nästa gång att se ut exakt som kalendern år 2007 om man tänker på veckodagar och datum?

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	rm	g
g		d	

Trianglar
Sidorna i 5 olika trianglar finns angivna i a) – e). Vilken triangel har den största arean?

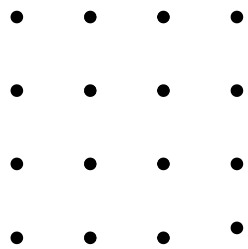
a) 5, 12, 12
b) 5, 12, 13
c) 5, 12, 14
d) 5, 12, 15
e) 5, 12, 16

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	p	g
g			

Kvadrater

Hur många kvadrater med hörnen i en svart prick och sidlängden 2 eller mer är det möjligt att rita? (En längdenhet är det vertikala eller horisontala avståndet mellan två prickar bredvid varandra.)



Uppgift 6

A	B	C	D
ö	b	tf	ss
	s	p	

Hundutställning

På en hundutställning var antalet schäfrar minst 1/5 av antalet taxar och högst 1/6 av antalet golden. Det är minst 23 hundar som är antingen schäfrar eller taxar.
Hur många golden måste det minst vara på utställningen?

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	s	tf	ss
u		h	

Tärningskast

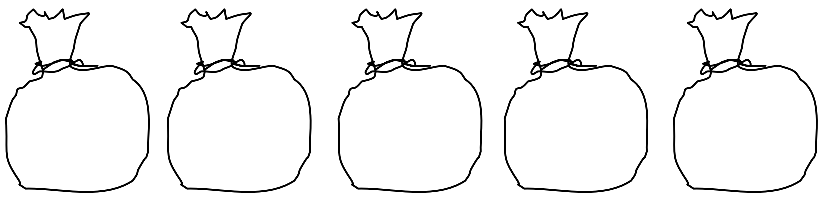
Vi använder en vanlig tärning (med antal möjliga ögon 1, 2, 3, 4, 5 och 6) som vi kastar två gånger. Vi räknar hur många kombinationer det finns av ”första-kast” och ”andra-kast” och får 36 st. Hur många av dessa ger ett högre värde på ”andra-kastet” än på ”första-kastet”?

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	b	h	tr
		p	

Äpplen

Fem påsar innehåller tillsammans 30 äpplen. I den första och andra påsen är det tillsammans 14 äpplen. I den andra och tredje påsen är det tillsammans 10 äpplen. I den tredje och fjärde påsen är det tillsammans 9 äpplen och i den fjärde och femte påsen är det tillsammans 12 äpplen. Hur många äpplen är det i varje påse?



Semifinal

Uppgift 1

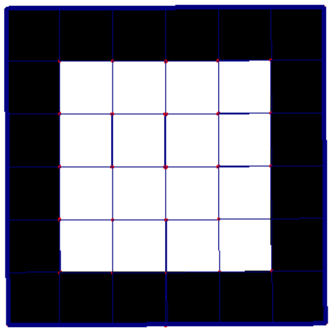
A	B	C	D
ö	s	p	ss

Vänbrev
Susanne skrev brev till fyra av sina vänner Anna, Ella, Kalle och Lasse. På hur många sätt kan hon adressera breven så att alla vännerna får fel brev?

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	g
rm			

Mönster
Detta mönster på $6 \cdot 6$ kvadratiska rutor är gjort med svarta och vita kvadrater. Det består av 20 svarta och 16 vita rutor. Det skall vara en rad med svarta rutor ytterst och vita rutor i det inre området.



Hitta *rektangulära* mönster där det är lika många svarta och vita rutor.

Hur många olika rektanglar hittar du?

Vad är dimensionerna på de olika rektanglarna?

Hur många svarta och vita brickor behövs till mönstren?

Kan du förklara varför du menar att du hittat alla lösningar?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	ab	v
d			

Saftstation
Det skall delas ut saft på en drickastation vid ett skidlopp.
Två stora saftdunkar, A och B, är fyllda med saft. Men vi vet inte hur mycket det är i vardera dunken. Vi vet att det är mer saft i A än i B.

Vi häller lika mycket saft från A till B som det redan finns i B.
Sedan häller vi lika mycket saft från B till A som det nu är i A.
Till slut häller vi lika mycket saft från A till B som det nu är i B
Efter denna procedur är det 64 liter saft i varje dunk

Hur mycket saft var det i dunkarna A och B från början innan vi började hälla över?

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		rm	

Klockor
Två klockor sätts i gång samtidigt klockan 12.00 mitt på dagen.
Den ena går för sakta och tappar 2 minuter varje timme.
Den andra går för fort och visar 1 minut för mycket varje timme.

Hur lång tid kommer det att ta innan den snabbaste klockan visar en timme mer än den klocka som sackar efter?

Hur mycket är klockan då?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	p	g
g	f	rm	

Material: Tangramset

Tangramrektanglar
Använd två eller fler bitar för att bygga en rektangel (som inte är en kvadrat) från ett Tangram - pussel.

Rita en skiss av rektangeln och bitarnas placering.

Ta isär rektangeln och bygg en ny med andra bitar. Det kan gärna vara med en eller flera av de bitar som ni använde till förra rektangeln, men det ska inte vara exakt samma brickor

Gör så många rektanglar du klarar av att hitta.

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr
		d	

Äpplen
Åtta ungdomar delar ut 32 äpplen på detta sätt:

Linda fick 1 äpple
Sofia fick 2 äpplen
Ulla fick 3 äpplen
Elsa fick 4 äpplen

Ville Lahtinen fick lika många äpplen som sin syster
Rasmus Pettersson fick dubbelt så många som sin syster
Kasper Koivisto fick tre gånger så många äpplen som sin syster.
Tom Nyman fick fyra gånger så många äpplen som sin syster.

Bror och syster har samma efternamn i alla dessa familjer.
Vilket efternamn har var och en av de fyra flickorna?

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	b	p	tr
		rm	v

Köproblem
Du står i en biljettkö till rockkonsert. Du har 1/7 av kön framför dig och 5/6 av kön bakom dig.

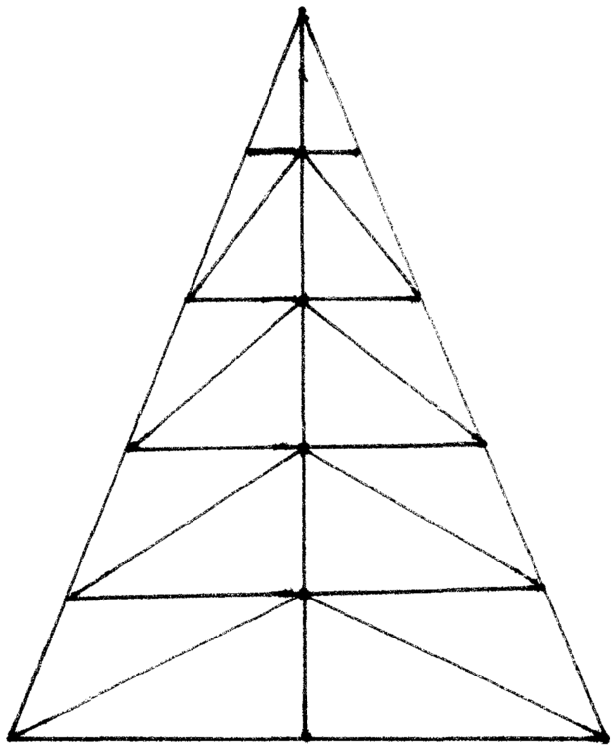
Hur många personer står i kön?

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	e	g
		rm	

Trianglar

Hur många trianglar finns i denna figur?



Nationell final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	ab	ss
		rm	v

Vinnande strategi
Hitta en vinnande strategi i följande spel:

Det finns 20 pinnar i en burk.
Två spelare ska ta bort pinnar ur burken turvis.
Varje gång kan en spelare ta bort 1,2 eller 3 pinnar ur burken .
Den som tar bort den sista pinnen vinner.

Du har hittat en vinnande stategi när du kan förklara:
- om det lönar sig att börja eller ej
- vilka drag den vinnande spelaren ska göra i varje omgång oavsett vad motspelaren har gjort

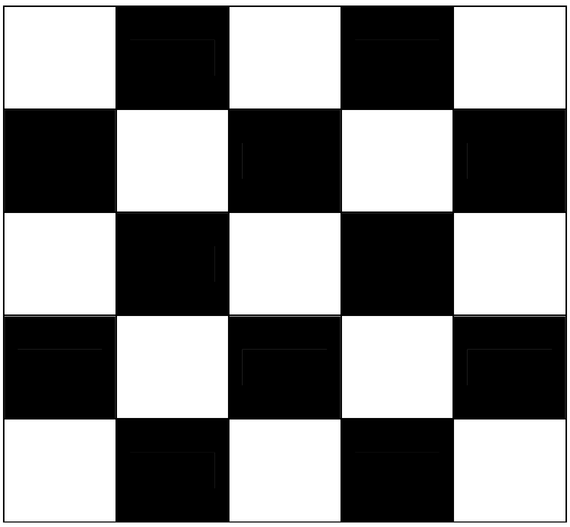
Uppgift 2

A	B	C	D
ö	b	rm	v

Klassrummet
I ett klassrum finns det 25 pulpeter som är ordnade i fem rader med fem pulpeter i varje rad. Det sitter elever vid varje pulpet.

Läraren kommer in i klassrummet och säger att alla elever ska flytta på sig till en annan plats. Varje elev skall flytta sig till en pulpet som finns framför, bakom eller vid sidan.

Är detta möjligt att göra? Om svaret är ja, förklara varför.
Om svaret är nej, förklara varför.



Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	p	ss
	s	rm	

Godisbitar

Anna, Ella och Kalle skall fördela fyra stycken godisbitar som har olika färger mellan sig

På hur många olika sätt kan man fördela dessa godisbitar? Både färg och antal kan variera.

Du kan antingen genom att resonera eller genom att pröva komma fram till alla möjligheter.

Uppgift 4

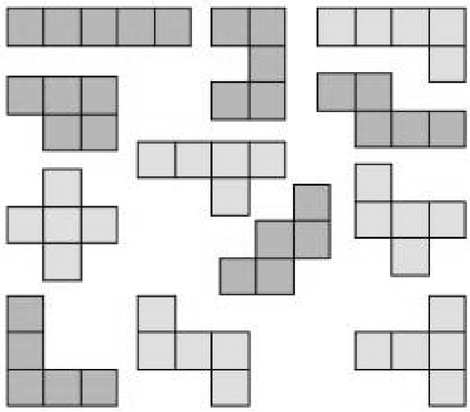
A	B	C	D
ö	s	p	g
	f		

Material: En uppsättning pentominobrickor.

Pentominopussel

Du har en uppsättning med pentominobrickor, 12 olika brickor sammansatta av 5 kvadrater, enligt figuren nedan.

Bilda en rektangel genom att använda så många brickor som möjligt.



Uppgift 5

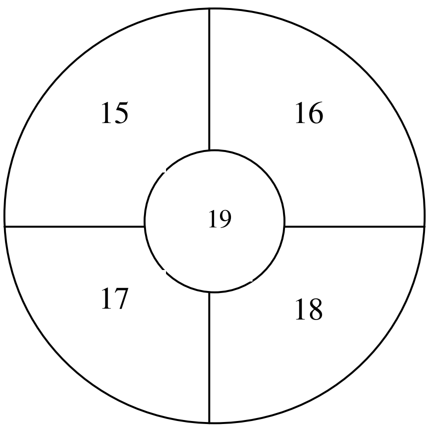
A	B	C	D
ö	s	d	tr
g	f		

Pilkastning

Tänk dig att du kastar pilar på den darttavla som finns nedan.

Hitta så många sätt som möjligt för att få exakt 100 poäng.

Vilket är det minsta antal pilar som behövs för att få exakt 100 poäng? Förklara varför?



Nordisk final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	rm	rm	af

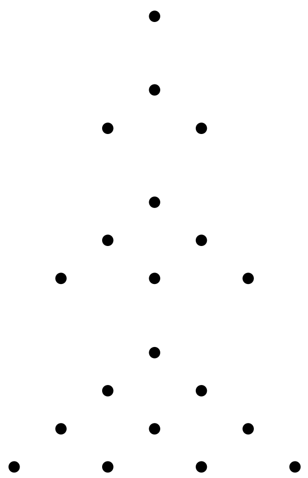
Triangulära tal
Vi gör trianglar av punkter och kallar antalet punkter som behövs för att göra en triangel för triangelns *triangeltal*. De första fyra triangeltalen visas nedan:

1

3

6

10



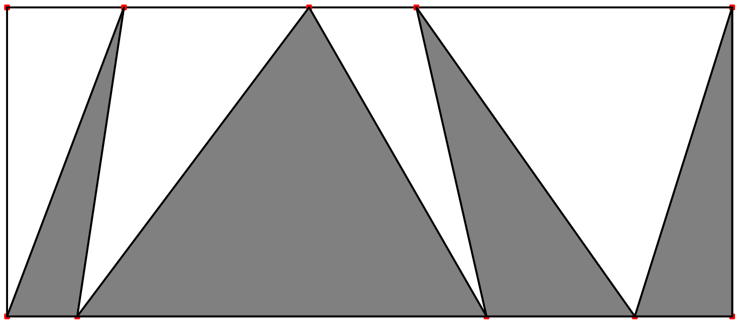
Vilket är det största triangeltalet som är mindre än 500? Du kan använda punkter för att hitta lösningen, men ge också en förklaring.

Uppgift 2

A	B	C	D
r	rm	rm	g
u	s		

Hur stor del av hela?

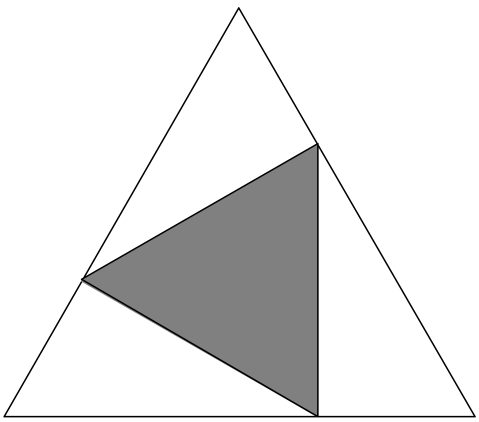
A) Hur stor del av rektangelns area är skuggad?



B) Den stora yttre triangeln och den skuggade triangeln inuti figuren är liksidiga. Varje sida på den skuggade triangeln är vinkelrät mot en sida i den stora yttre triangeln. Det betyder att de tre vita trianglarna har en rät vinkel var.

Hur stor del av den stora vita triangeln är skuggad?

Vinklarna i de små vita trianglarna är 30˚, 60˚ och 90˚, vilket betyder att längden av den kortaste sidan är hälften så stor som längden av hypotenusan (den längsta sidan).

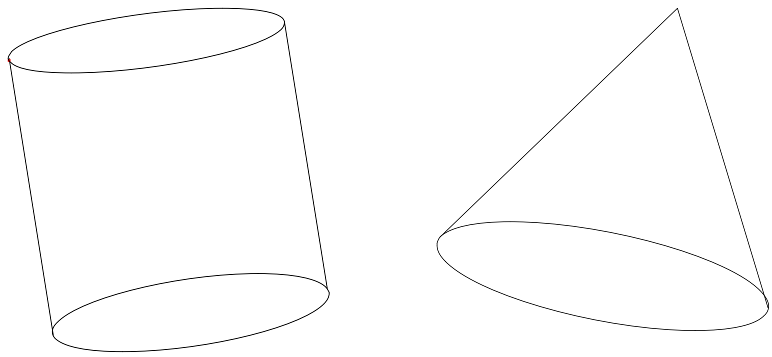


Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	p	g
r	rm	rm	
u			

Cylindern och konen
Utgå från en cylinder gjord av papper. Cylinderns radie är 3 längdenheter.

Använd passare, papper, sax och klister för att göra en öppen kon med samma radie. Konens sida ska ha längden 4 längdenheter.



Uppgift 4

A	B	C	D
ö	b	h	tr

Den missförstådda siffran
Läraren skrev två tal på tavlan och bad eleverna att räkna ut produkten.

Entalssiffran i det ena talet var 8, men den var så otydligt skriven att Anna läste den som en 6:a och fick då produkten 4740.
Tom läste siffran som en 3:a och fick då produkten 4695.

Vad var det rätta svaret på lärarens problem?

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	ab	v
		p	

Korttrick
Ingvill visar 13 kort sorterade i en speciell ordning.
Hon vänder upp det översta kortet ur högen och lägger det åt sidan.
Sedan lägger hon nästa kort underst i högen.

När hon upprepar detta om och om igen tills alla korten är lagda åt sidan i den nya högen så ligger de i ordning från 1 till 13.

Sortera 13 kort så att du kan upprepa Ingvills procedur.

Förklara varför detta fungerar!

2008

Inledande omgång 1

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	d	tr
u		h	

Damer och herrar
6 damer och 12 herrar väger tillsammans 1374 kg. Damernas medelvikt är 62 kg.

Vilken är herrarnas medelvikt?

Uppgift 2

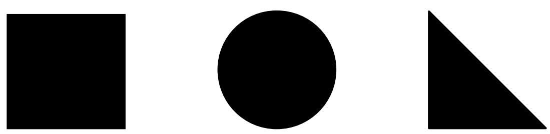
A	B	C	D
ö	s	d	af
u		h	

Trädgårdarbete
Tre systrar gör trädgårdsarbete åt grannarna och får tillsammans ihop 260 €. Den äldsta systern får 50 % mer än den mellersta systern och den yngsta får 50 % mindre än den äldsta systern. Hur mycket får varje syster för sitt arbete?

Uppgift 3

A	B	C	D
ö	b	p	g
	s	h	
		e	

Skuggor
En tredimensionell kropp har en sådan form att den i stort sett ger nedanstående tre skuggor om man vänder den på olika sätt:



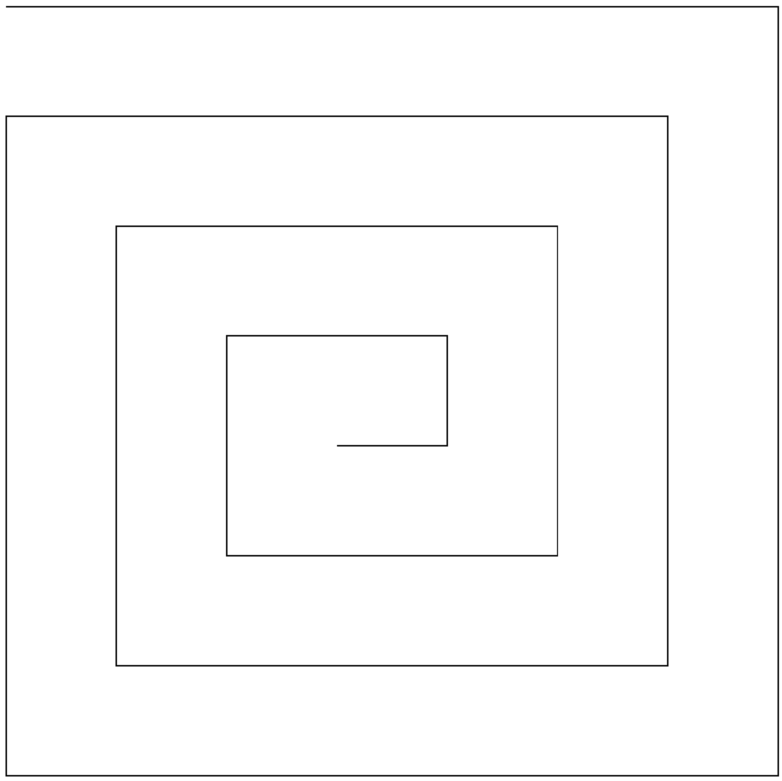
Vilken form har denna tredimensionella kropp?

a) En cylinder
b) En kon
c) Ett halvklot
d) En halv cylinder skuren snett
e) En halv kub skuren snett

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	d	tf
	b	h	g

Labyrinten
Peter går genom en spiralformad labyrint. Han går mitt i gången och gör en 90 graders sväng i varje hörn. Gången är 2 meter bred. Hur lång väg har Peter gått sammanlagt, när han kommer exakt till mitten av labyrinten?



Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	tr	g
		p	
		h	

Frimärken
Karin går till postkontoret för att köpa fyra frimärken som är kvadratiska. Hon ber om att få fyra frimärken som hänger samman.

Hur många olika former kan fyra sammanhängande frimärken kvadratiska frimärken bilda?

Alla frimärken skall vara rättvända (dvs. en bestämd sida uppåt, en bestämd sida nedåt, en bestämd sida till höger och en bestämd sida till vänster).

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr
g	b	d	

Delbarhet
Talet 64 har siffran 4 på entalens plats och siffran 6 på tiotalens plats. Talet 64 är delbart med det tal som finns på entalens plats. Hur många av talen 1 - 63 har denna egenskap att de är delbara med den siffra som de har på entalens plats?

Uppgift 7

A	B	C	D
u	b	h	tr

Väckarklockan
En väckarklocka drar sig (efter) 4 minuter i timmen. Den visade exakt rätt för 3 ½ timme sedan. En annan klocka, som går rätt, visar nu 12. Efter hur många minuter visar väckarklockan 12? (Ge svaret avrundat till närmaste hela minut.)

Uppgift 8

A	B	C	D
i	s	rm	tr
ö	rm	p	
		h	

Följande tal
Avgör vilken regel talen i tabellen följer och fyll i följande rad i tabellen.

13	5	3
17	6	5
21	7	0
25	8	1

Inledande omgång 2

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	rm	tr
	s		
	rm		

Oändligt många decimaler
Decimaltalet nedan har oändligt många decimaler och de följer ett mönster:

0,098700987000987000098700000987 ...

Den första 9:an uppträder som andra decimal. Som vilken decimal i ordningen kommer den hundrade 9:an?

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	rm	rm	v
u		h	
r			

Sjunkande skepp
Ett stort skepp seglar på nordliga breddgrader där det finns mycket is. Sent en kväll kolliderar skeppet med ett isberg. Det medför att skeppet börjar ta in vatten. Vattnet strömmar in med hastigheten 3,25 ton på 12 minuter. Skeppet är 400km från land. Kaptenen vet att skeppet kommer att börja sjunka när det har tagit in 68 ton vatten. Skeppets pump klarar av att pumpa ut 12 ton vatten i timmen.

På grund av att skeppet är skadat kan det inte gå fortare än 22,5 km/h. Kaptenen sänder besked till räddningsmanskapet att skeppet sannolikt kommer att sjunka innan det når land. Hur långt från land kommer skeppet att sjunka, förutsatt att kaptenen har rätt?

Uppgift 3

A	B	C	D
g	b	p	tr
	s	r	
		e	

Cykellåset
Ett cykellås öppnas med en fyrsiffrig kod som bestäms när man vrider på fyra ”hjul”. På varje hjul kommer siffrorna 0 - 9 i vanlig ordningsföljd och efter siffran 9 kommer 0. Tyvärr är låset skadat. Varje gång man vrider ett av hjulen kommer ett av de närmaste hjulen att vridas lika mycket i samma riktning. Kombinationen som öppnar låset är 2000.

Är det möjligt att öppna låset utgående från ett eller flera av de följande utgångslägena?

0000   6543   1999   7777   2001   8161   8181

Uppgift 4

A	B	C	D
g	s	p	g
r	rm	r	
		d	

Kartongaskens volym
Av ett rektangulärt stycke kartong gjordes en ask så att man klippte bort lika stora kvadrater i varje hörn av kartongen. Askens volym blev 60 cm^3 och askens höjd blev 3 cm. Vilka av följande areor är möjliga för det ursprungliga stycket kartong, när alla sidor i asken har längder som är hela tal?

20 cm^2 56 cm^2 65 cm^2 100 cm^2 110 cm^2
124 cm^2 128 cm^2 136 cm^2 144 cm^2 182 cm^2
200 cm^2

Uppgift 5

A	B	C	D
u	b	p	af
ö		h	

Lövräfsning
Anna och Bengt räfsar löv. Anna fyller 3 säckar med löv på samma tid som Bengt fyller 2 säckar. Efter en stund kommer Lasse med och räfsar. Lasse fyller 3 säckar med löv på samma tid som Anna fyller 2 säckar. Lasse arbetar bara halva den tid som de andra arbetar. När de är färdiga med jobbet, har de tillsammans fyllt 58 säckar. Bengt behöver 6 minuter för att fylla en säck. Hur lång tid har Bengt hållit på och räfsat?

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr
	f		

Talet 2008
Skriv talet 2008 som en summa av tre kvadrattal.
(Med ett kvadrattal menas kvadraten på ett heltal.)

_______ + _______ + _______ = 2008

Uppgift 7

A	B	C	D
r	s	tf	g
g		rm	
		p	

Figurer i sexhörning
Det är möjligt att dra linjer mellan mittpunkterna till fyra av sidorna i en reguljär sexhörning så att de bildar en rektangel, ett trapets eller en drakformig figur (dvs. en fyrhörning som har två par av lika långa sidor och de lika långa sidorna möts i ett hörn; två sidor är alltså kortare än de två andra sidorna). Två av fyrhörningarna som bildas på detta sätt har samma area. Vilka två?

Rektangeln Trapetset Den drakformiga figuren

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	s	p	ss

Streckkoder
En optisk läsare kan läsa av streckkoder som består av korta och långa streck i grupper om sammanlagt fem streck. Man använder två olika längder på strecken, korta och långa, och man har tre korta och två långa streck. Alla streck skall vara parallella.

På hur många olika sätt kan vi då ordna de fem strecken i en grupp?

Semifinal

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	s	rm	tr
u	rm		
r			

Hannas blomsterrabatt

Hanna gör en rektangelformad blomsterrabatt. Hon planterar tulpaner i halva rabatten. I tre fjärdedelar av den återstående rabatten planterar hon snödroppar. Sedan planterar hon pingstliljor i halva den del som är kvar och slutligen påskliljor i den återstående delen av rabatten.

Rita en bild av blomsterrabatten och skriv in namnen på blommorna i de olika områdena.
I hur många procent av rabatten finns det påskliljor?

Uppgift 2

A	B	C	D
u	s	rm	ss

En speciell sexhörning

Vinklarna i en sexhörning har gradtal som är sex på varandra följande udda tal. Hur många grader är den största vinkeln?

(Ledning: Dela in sexhörningen i trianglar för att komma på hur stor summan av vinklarna i sexhörningen är.)

Uppgift 3

A	B	C	D
u	b	rm	ss

Varmt på Honolulu

Medeltemperaturen på Honolulu de 21 första dagarna i februari var 14 grader. Medeltemperaturen de 24 första dagarna var 16 grader.

Vilken var medeltemperaturen på Honolulu 22-24 februari?

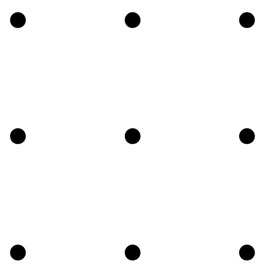
Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	rm	g
r		p	

Punktmönster
Hur många

a) kvadrater
b) rektanglar
c) parallellogram

kan man rita i punktmönstret till höger om hörnen bör finnas i någon av de nio givna punkterna?



Uppgift 5

A	B	C	D
ö	f	p	tr

Ett tal som beskriver sig självt
Sök ett 10-siffrigt tal, vars första siffra anger antalet 0:or i talet, vars andra siffra anger antalet 1:or i talet, vars tredje siffra anger antalet 2:or i talet och så vidare till den sista siffran som anger antalet 9:or i talet.

Uppgift 6

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Turn around
När ett fyrasiffrigt tal multipliceras med 9 får vi ett tal som har precis samma siffror som det ursprungliga talet, men i omvänd ordningsföljd. Vilket tal är det fråga om?

Uppgift 7

A	B	C	D
ö	rm	rm	tr
u			

Omkörning
Vid en omkörning ökar en bilist sin hastighet med 20 %. Efter fullbordad omkörning minskar han hastigheten med 20 %. Ange om hastigheten efter omkörningen har ökat, minskat eller är densamma som före omkörningen. Om den är förändrad, så ange då hur många procent den har förändrats.

Uppgift 8

A	B	C	D
ö	b	h	ss

Sortering av mynt i blindo
Det ligger en hög med mynt på bordet. Ni vet inte hur många mynt det finns, men det finns helt säkert flere än 10 mynt. Av mynten visar 10 krona medan resten visar klave. Med förbundna ögon skall ni klara av att dela mynten i två högar så att det i båda högarna finns precis lika många mynt som visar krona.

Det är tillåtet att vända på mynten.
Det behöver inte finnas lika många mynt i de båda högarna.
Det är inte möjligt att känna på mynten eller på annat sätt avgöra vilken sida som är vilken.

Nationell final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	d	af
		h	
		p	

Födelsedagsmiddag
En kamratgrupp var ute och åt middag på restaurang och de fick en nota på 288 euro. De upptäckte att två av dem hade födelsedag just den månaden och de beslöt att dessa två som en födelsedagspresent inte skulle behöva betala något alls.

När de sedan delade på notan blev resultatet, att alla de andra kamraterna skulle betala 4,8 € mer än vad de skulle ha betalat om alla hade deltagit i betalningen.

Hur många var det som var ute och åt middag (om man räknar in också de två som hade födelsedag den månaden)?

Uppgift 2

A	B	C	D
ö	s	p	af

Ett handskakningsproblem
Herr och fru Olsson hade bjudit fyra andra äkta par hem till sig. När alla hade anlänt, hade det utväxlats en hel del handskakningar, men ingen hade skakat hand med sin egen äkta hälft. Herr Olsson frågade alla närvarande, hur många olika personer de skakat hand med och han lade till sin stora förvåning märke till att alla svarade olika antal.

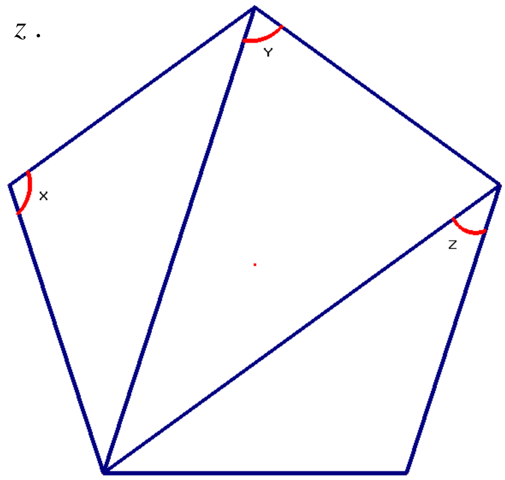
Hur många personer hade herr Olsson själv skakat hand med?

Uppgift 3

A	B	C	D
r	r	rm	g
u			
i			

Femhörningen
Figuren visar en regelbunden femhörning.

Bestäm vinklarna x, y och z .



Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	p	tr

Barnens ålder
En kvinna frågade av en man: ”Hur gamla är dina tre barn?”

”Produkten av deras ålder är 72 och summan av deras ålder är samma som mitt husnummer”, svarade mannen.

Hon såg på husnumret och konstaterade:
”Du har inte sagt mig tillräckligt mycket för att jag skall kunna lösa problemet”.

”Den yngsta tycker om vaniljglass”, tillade han.
”Nu vet jag svaret”, sa hon.

Hur gamla var de tre barnen?
Motivera och förklara ert svar!

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	s	rm	ss
u		h	

Ett rättvist spel?
Du har 10 kort med talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 och 10.

Tänk dej att två spelare, A och B, spelar följande spel:
De drar var sitt kort. Om summan av talen på korten är jämn, vinner spelare A; om summan är udda vinner spelare B.

Är det mera lönsamt att vara spelare A eller spelare B eller spelar det ingen roll?

Nordisk final

Uppgift 1

A	B	C	D
ö	b	d	tr
u		h	

Fem goda vänner
Ann, Bengt, Cecilia, Diana och Erik är fem goda vänner. När vi adderar åldern för fyra av dem får vi svaren 55, 56, 61, 63 och 65.

Hur gammal är den yngsta av vännerna?
Förklara hur du tänkt!

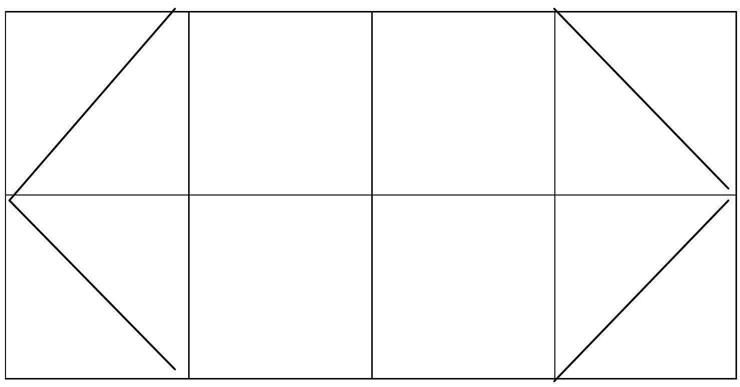
Uppgift 2

A	B	C	D
ö	rm	p	g
r			

Geometriska figurer
Använd pusselbitar som motsvarar de trianglar och kvadrater som formar rektangeln nedanför.

Lägg ut alla de 12 bitarna och forma
a) en kvadrat
b) en parallellogram (som inte är en rektangel)
c) en trapets som är symmetrisk om en mittlinje
d) en rätvinklig och likbent triangel

För varje figur du lägger ska du göra en skiss av lösningen.



Uppgift 3

A	B	C	D
ö	rm	p	g
		rm	

Material: 12 pinnar

Figurer av pinnar
Använd 12 pinnar. Vi använder längden av pinnarna som en enhetslängd.

Använd alla pinnarna till varje figur och konstruera figurer med arean: 9, 8, 7, 6, 5, 4 och 3. Pinnarna kan inte vara inuti figuren och figuren måste vara sammanhängande.
Gör en skiss av alla lösningar.

Uppgift 4

A	B	C	D
ö	s	tf	ss
	rm	h	

Ett rättvist spel
Definition: Ett spel kallas *rättvist* om varje spelare har lika stor möjlighet att vinna.

Diskutera följande spel:

Version 1
För att spela skall det vara två spelare. Den ena spelaren kallas Even och den andra kallas Odd. Varje spelare väljer ett av talen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eller 9, och skriver det på en lapp utan att visa den för den andra spelaren. Därefter visar bägge fram sina tal. Om summan är ett jämnt tal vinner Even och om summan är ett udda tal vinner Odd.
Är detta ett rättvist spel? Förklara!

Version 2
Denna gång är inte 0 med. Det betyder att Even och Odd ska välja mellan talen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9. Annars är reglerna de samma som i version 1.
Är detta ett rättvist spel? Förklara!

Uppgift 5

A	B	C	D
ö	b	ab	af

Spelet
Nedan finns ett spel och du ska komma fram till en vinnarstrategi för spelet. Det betyder att du ska avgöra
a) om det lönar sig att börja eller starta som nummer två.
b) hur man ska spela för att säkra segern.

Till höger ser du spelbrädan. Spelarna skall placera brickor på brädan enligt följande regler:

1. Spelare A placerar en bricka i en av de tomma rutorna i översta raden.
2. Spelare B flyttar samma bricka antingen rätt till höger, rätt till vänster eller rätt nedanför den ruta som brickan låg på. Spelaren får inte flytta bricken diagonalt eller uppåt.
3. Spelarna flyttar brickan på det här sättet varannan gång hela tiden.
4. En spelare kan inte flytta brickan tillbaka till där den stod sist.
5. Den första spelare som klarar att flytta brickan till vinnarfältet har vunnit spelet.